САПОГИН Владимир Георгиевич – кандидат физико-математических наук, профессор кафедры физики Технологического института Южного федерального университета в г. Таганроге. Веб-сайт: ***egf.tsure.ru*** E-mail: ***sapogin@mail.ru***

Автор монографии: Механизмы удержания вещества самосогласованным полем. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.

Оригинальная монография продолжает исследования Эмдена, посвящённые равновесию газовых шаров, и, существенно, дополняет их.

При интегрировании *E*-уравнения Эмдена в сферической симметрии для плотности газового шара возникает математическая проблема выбора граничных условий. Корректный выбор граничных условий в уравнении для потенциала самосогласованной теории гравитации не может быть произволен, а диктуется первым интегралом полного давления, существующим в плоской системе.

В плоской и сферической симметрии найдены точные и приближённые решения *E*-уравнения Эмдена для потенциала. Показано, что найденные решения описывают распределения полей и физических параметров известных и неизвестных астрофизических объектов.

Из оценок следует, что Тунгусский феномен мог представлять собой полый, рыхлый космический «снежок» огромной массы, состоящий из ледяных пылинок. Плотность потока частиц при падении такого «снежка» на землю будет существенно меньше в центре, чем в соседних слоях. Тогда в эпицентре падения производимые разрушения будут минимальны, что совпадает с наблюдениями.

Сапогин В.Г.

ГАЗОВЫЕ ШАРЫ ЭМДЕНА В САМОСОГЛАСОВАННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

53.01
С-194

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Технологический институт
Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования
“Южный федеральный университет”

Сапогин В.Г.

Кафедра физики

ГАЗОВЫЕ ШАРЫ ЭМДЕНА В САМОСОГЛАСОВАННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

ЕГФ

Таганрог 2009

УДК 53.01+531.51

Р е ц е н з е н т ы:

заведующий совместной лабораторией прикладного нелинейного анализа Южного Математического Института ВНЦ РАН и ЮРГУЭС, Заслуженный деятель науки РСО-А, доктор физико-математических наук, профессор ЮРГУЭС, заведующий кафедрой математики **Фетисов В.Г.**

лётчик-космонавт СССР, дважды Герой Советского Союза, академик РАЕН, почётный профессор кафедры космической экологии Томского государственного университета **Джанибеков В.А.**

Сапогин В.Г. Газовые шары Эмдена в самосогласованной теории гравитации. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – 100 с.

Монография, основанная на работах автора, развивает самосогласованную теорию гравитации.

Для научных работников, преподавателей высших учебных заведений, аспирантов, студентов и всех тех, кто любит математику и прекрасно понимает, что удачно наброшенная на физическую реальность сеть математических декораций может надеяться на долгую жизнь только в том случае, если она даёт правильные порядки наблюдаемых в Природе величин и предсказывает новые возможности.

Табл. 2. Ил. 23. Библиогр.: 26 назв.

© ТТИ ЮФУ, 2009
© Сапогин В.Г., 2009

Светлой памяти отца и матери,
рано ослепших, посвящается

ВВЕДЕНИЕ

В Мюнхене в 1907 г. вышла монография «Газовые шары» [1] выдающегося швейцарского астрофизика и геофизика Роберта Эмдена (1862-1940). В ней он обобщил результаты, полученные Лэном, Риттером, Кельвиным (подробности в монографии [2]), и предложил путь построения теории равновесия газового шара. Монография составляла основу теории строения звёзд.

Решая сферическую задачу распределения массовой плотности вещества в системе с постоянной температурой, Эмден не нашёл аналитического решения, которое давало бы максимум плотности в центре шара.

Через десять лет появилась общая теория относительности (ОТО) А.Эйнштейна, которая затмила своим математическим блеском скромные и, по-видимому, не до конца понятные результаты, полученные Р.Эмденом. Человечество стало активно развивать универсальную теорию гравитации, охватывающую все явления вплоть до космологии, оставив в забвении результаты Эмдена.

Независимо от исследований Эмдена, *по-видимому, даже ничего не зная о них,* Френкель в 1948 г. вводит для систем с постоянной температурой аналогичный способ расчета полей гравитирующих частиц и называет макроскопические статические поля, создаваемые ими, самосогласованными [3]. Если Эмден записывал уравнения для плотности вещества звезды, то Френкель построил их для потенциала гравитационного поля, создаваемого коллективом скопления. Пытаясь решить задачу распределения вещества в сферическом скоплении, он пришёл к неожиданному выводу, что полученные решения приводят к результатам, лишённым физического смысла.

Как будет показано в предлагаемой монографии, развитие и углубление идеи, предложенной Кельвиным, Лэном, Риттером и, в заключение, обобщённой Эмденом и Фаулером и дополненной Френкелем, указывают на то, что, на самом деле, они были создателями первой теории коллективного (самосогласованного) взаимодействия в гравитации, опередив развитие человечества в этом направлении на сотни лет.

Оказалось, что при интегрировании Е-уравнения Эмдена для плотности газового шара возникает математическая проблема выбора граничных условий. Полную систему уравнений, решаемую относительно потенциала, удаётся свести к трёхмерному уравнению такого же вида. Доказано, что корректный выбор граничных условий в уравнении для потенциала при решении сферической задачи самосогласованной теории гравитации не может быть произволен, а диктуется первым интегралом полного давления, существующим в плоской системе.

Теория указывает на возможность существования двух различных типов состояний гравитирующих систем первого и второго рода. В системах первого рода поле выталкивает вещество в минимум потенциальной энергии системы, а в системах второго рода – в бесконечно глубокую потенциальную щель.

Полученные точные и приближённые решения *Е*-уравнения Эмдена описывают распределения полей и физических параметров в астрофизических объектах с однородной температурой.

Осмысленная заново самосогласованная теория гравитации может быть применена к жидкости, находящейся в особо плотном – ядерном состоянии материи. Из неё следует независимое подтверждение существования нейтронных скоплений с массой, незначительно отличающейся от массы Солнца. Теория прогнозирует существование пузырей с тонкой стенкой, состоящих из нейтронов, самых разнообразных размеров, масс и температур.

Оценки физических параметров, следующие из теории, позволяют выдвинуть новую научную гипотезу о том, что Тунгусский феномен представлял собой полое, кометоподобное, рыхлое тело огромной массы, состоящее из льдинок наноскопических размеров.

Решения задач и соответствующая им интерпретация исследуемых объектов, которые удалось обнаружить, следует отнести к самостоятельному разделу физики, имеющему название «Кластерные состояния вещества, удерживаемые самосогласованным полем».

Все ответы, найденные на поставленные вопросы, оказываются важными для дальнейшей эволюции раздела физики, связанного с теорией гравитации, которую они существенно дополняют.

В самосогласованной теории коллективного взаимодействия гравитирующих частиц силы, компенсирующие ньютоновское притяжение, появляются естественным образом. Их играют силы полевого происхождения, связанные с известной в гидростатике-газостатике силой Бернулли, которая в построенной теории получает новое математическое определение.

При большом числе частиц, создаваемое ими статическое макроскопическое поле гравитации, начинает оказывать обратное действие на частицы, изменяя давление в системе и формируя полевую ловушку. В этом случае *динамическая система частиц находится в состоянии газостатического равновесия с полем, которое само же и создаёт. Это равновесие требует равенства нулю суммы градиентов давлений поля и частиц в произвольном объеме системы.* Требование оказывается жёстким и позволяет отбросить многочисленные нефизические решения, которые ему не удовлетворяют.

Важной основой монографии является математический аппарат, которым мне придётся пользоваться по ходу изложения. Дабы привлечь образованного читателя, постараюсь изложить материал так, чтобы он был понятен студентам 2-го курса физико-математического или физического факультета университетов.

Составные функции интеграла живых сил. Несколько замечаний о том, как иногда эксперимент подталкивает математику на расширение возможностей, изначально в ней не заложенных. Величайшие достижения механики – решения широкого класса дифференциальных уравнений, в которых проявляет себя закон сохранения механической энергии.

Математики называют этот закон сохранения очень образно: интеграл живых сил [4]. Например, он возникает при решении задачи движения материальной точки под действием упругой силы – одной из первых задач, при решении которой сформировалось понятие колебательного движения точки, названного гармоническим. Теперь в математических справочниках (см., например, [5]) утверждается следующее: решение дифференциального уравнения второго порядка

$$y'' + y = 0 \qquad (1)$$

выражается через две произвольные постоянные C_1 и C_2 и имеет вид

$$y = C_1 \cos x + C_2 \sin x . \qquad (2)$$

Покажем, что это не совсем так. Если дано уравнение

$$y'' = f(y), \qquad (3)$$

то оно допускает понижение порядка, поскольку может быть представлено в другом виде

$$\frac{d}{dx}(y')^2 = 2f(y)y' . \qquad (4)$$

Это понижение приводит к тому, что появляется интеграл живых сил

$$\frac{(y')^2}{2} - \int f(y)dy = E = const . \qquad (5)$$

Если переменная x играет роль времени, а y – роль координаты движущейся точки, то интеграл живых сил (5) совпадает с законом сохранения механической энергии

$$\frac{(y')^2}{2} + \frac{y^2}{2} = E = const . \qquad (6)$$

Если независимая переменная x играет роль пространственной координаты, а y – роль гравитационного потенциала коллективно-взаимодействующей системы частиц, то, как показано в монографии, интеграл живых сил E совпадает с законом сохранения полного давления системы.

Закон сохранения (6) в механических колебаниях соответствует движению точки с единичной массой под действием силы упругости с единичной жёсткостью. Из (6) следует ограничение на возможные значения интеграла $E \ge 0$, который уже нельзя отождествлять с «произвольной» постоянной C_1.

Как известно, при извлечении квадратных корней возникает ветвление. К чему оно приводит в этом случае? Введём обозначение $A = \sqrt{2E}$ и разрешим (6) относительно производной

$$y' = \pm\sqrt{A^2 - y^2} . \qquad (7)$$

Если перед радикалом в (7) *выбрать* знак минус и проинтегрировать, то получим

$$\arccos\left(\frac{y}{A}\right) = x + C_2, \qquad (8)$$

где C_2 – произвольная постоянная.

Из (8) следует, что

$$y = A\cos(x + C_2). \tag{9}$$

Из (9) видно, что две «произвольные» постоянные вошли в решение не так, как это записано в (2). Функцию, следующую из (9) при C_2= 0, назовём с большой буквы

$$y = A\mathrm{Cos}(x). \tag{10}$$

Функция (10) определена в ограниченной области изменения аргумента. Ей соответствует область, в которой она имеет неположительную производную: $y' \le 0$ (скорость движения точки направлена против оси y)

$$0 \le x \le \pi. \tag{11}$$

Если перед радикалом в (7) *выбрать* знак плюс и проинтегрировать, то получим

$$\arcsin\left(\frac{y}{A}\right) = x + C_2. \tag{12}$$

Из (12) следует, что

$$y = A\sin(x + C_2). \tag{13}$$

Функцию, следующую из (13) при C_2= 0, снова назовём с большой буквы

$$y = A\mathrm{Sin}(x). \tag{14}$$

Она также определена в ограниченной области изменения аргумента. Ей соответствует область, в которой она имеет неотрицательную производную: $y' \ge 0$ (скорость движения точки направлена по оси y)

$$-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}. \tag{15}$$

По поводу области существования функций (10) и (14) отметим следующее. Пока средневековый математический опыт не выходил за рамки треугольника Пифагора, функции (10) и (14) были определены в области $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$. Это было естественно, поскольку x играл роль острого угла в прямоугольном треугольнике. Появившийся новый научный адепт – механика, поставившая в свою основу нелинейные дифференциальные уравнения и их решения, расширила область определения функций (10) и (14) до значений (11), (15).

Но на этом всё не закончилось. *Механике (или её основателям) захотелось, чтобы её считали универсальной дисциплиной,* *которая может объяснить* ***все наблюдаемые явления*** *в окружающем нас мире (звёздная болезнь человечества преследует физику, эклектичную в своей основе, веками)*.

Колебательное движение любого маятника происходит непрерывно во времени и не ограничено указанными интервалами изменения аргумента. Здесь эксперимент заставил математику «идти на преступление» и потребовал продлить на всю действительную ось области существования функций (10) и (13). *Математика выполнила требование, но чтобы выразить своё презрение к уродливым, незаконно рождённым близнецам, стала писать функции синуса и косинуса с маленькой буквы.*

Как можно продлить область существования функций, в тоже время, не нарушая возникших ограничений на знаки производных (чтобы овцы были целы и волки сыты)? Можно предложить вариант построения такого решения. *Функции косинуса и синуса можно составить из кусочков функций Косинуса и Синуса*, благодаря наличию произвольных постоянных C_2 у обеих функций, которые, на самом деле, могут принимать произвольные значения. Получаемые таким образом функции далее будем называть составными.

Только после этой договорённости составные функции синуса и косинуса будут обладать замечательными свойствами периодичности и иметь непрерывные производные.

На этом примере во времена Ньютона математики и механики впервые столкнулись с «диктатом Природы», возникающим при решении задач, в которых выполняется закон сохранения живых сил. Здесь впервые проявилась *коллективная человеческая черта* математики – её «демократичность» в выборе возможных законных и «незаконных» решений. При извлечении корня возникает сразу несколько разных ответов.

Искусство математического исследования состыковать нужное и отсеять лишнее в сильной степени стало зависеть от знаний исследователя. Оно всегда допускает определённый произвол. Решения стали разделять на физически осуществимые и посторонние. Как это делать при наличии аналитических решений понятно, а как это делать при численном решении? Возникла целая наука – наука математического моделирования, которая доверяет только своим профессионалам.

Как показывает изучение других форм этого интеграла, начатое в [6] и проводимое в монографии, *функции, из которых можно сформировать составные функции, всегда заданы в ограниченной области изменения аргумента*. И совсем не обязательно область изменения аргумента продлять на всю ось. *Составные функции оказываются важнейшим элементом выбора и построения решений* в таких областях физики как коллективное взаимодействие гравитирующих частиц с самосогласованным полем; коллективное взаимодействие одноимённых зарядов с самосогласованным полем; взаимодействие сонаправленных токов с собственным магнитным полем и в других областях. Последовательный отбор решений позволяет дать правильную физическую интерпретацию перечисленных явлений и сформировать целостный математический фундамент, который может пригодиться и в других областях физики и техники.

Зададимся вопросом, а какой полный набор решений имеет уравнение (7)? Ведь из его вида следует, что должны существовать решения с чётными функциями, имеющими ограниченную область определения, у которых на одно и тоже значение функции приходятся одинаковые по величине, но различные по знаку, значения производной.

Для получения ещё трёх решений *предложим следующий способ*: обозначим в уравнении (7) знак производной буквой σ. После элементарного интегрирования получаем

$$y = A\,sin(\sigma x + C_2\,). \qquad (16)$$

Выбирая C_2= 0 и определяя знаковую функцию σ в виде

$$\sigma_1 = \begin{cases} +1 \;\; при\, x > 0, \\ -1 \;\; при\, x < 0 \end{cases}, \qquad (17)$$

на интервале (15) *построим* неотрицательную функцию

$$y = ASin(\,\sigma_1 x\,), \qquad (18)$$

удовлетворяющую уравнению (6).

Выбирая знаковую функцию в виде

$$\sigma_2 = \begin{cases} +1 \;\; при\, x < 0, \\ -1 \;\; при\, x > 0 \end{cases}, \qquad (19)$$

на том же интервале *построим* неположительную функцию

$$y = ASin(\,\sigma_2 x\,), \qquad (20)$$

удовлетворяющую уравнению (6). *Их принципиальное отличие от (14) заключается в наличии скачка производной в точке x = 0.*

Знак производной определён функцией (17) или (19). *У решений на одно и тоже значение функции приходятся два одинаковых значения производной, имеющие различные знаки. Обе функции чётные.* Наличие скачков производной у чётных, неотрицательных решений, имеет широкую область применимости в коллективно-взаимодействующих системах одноимённых зарядов.

Наличие произвольной постоянной C_2, как и ранее, позволяет продлить решения (16) и (18) на всю действительную ось и составить две чётные функции. Современная математика записывает их в виде

$$y = A|sin(x + C_2)| \text{ и } y = -A|sin(x + C_2)|, \tag{21}$$

где $A \geq 0$.

Можно возразить, что решения (21) не имеют никакого физического смысла. Это не так! Решения описывают колебательное движение маятника, у которого в положении равновесия стоит упругая преграда. В момент столкновения с преградой скорость материальной точки скачком изменяет своё направление в пространстве на противоположное. Поэтому смещения материальной точки всё время будут либо положительными, либо отрицательными. Всё будет зависеть от выбора направления оси *y*, относительно которой описывается колебательное движение с ударом о преграду.

Построим третью чётную функцию, которая не имеет разрыва производной в начале координат. Она имеет вид $y = ACos(-\sigma_2 x)$ при $C_2 = 0$. Учтена положительность функции $arccos(y/A)$ в области существования. Назовём эту функцию – *удлинённый Косинус*, поскольку она определена в интервале значений $-\pi \leq x \leq \pi$. Её также можно продлить на всю действительную ось. Тогда удлинённый Косинус совпадёт с $y = A cos(x)$.

Ещё один пример. Если вы записываете движение математического маятника или дипольного ротатора в сферических координатах, то полярный угол θ не может принимать отрицательных значений. При малых колебаниях маятника его угол изменяется по закону: $\theta = \theta_0 |cos(\omega t)|$. Подробности получения такого решения можно найти в [7].

О физическом содержании теоремы Гаусса. По мнению некоторых академических оппонентов из ИПФ РАН (г. Нижний Новгород) результаты, полученные в монографии и в защищённой единогласно диссертации, противоречат теореме Гаусса и поэтому их нельзя считать достоверными.

Покажем, что любая математическая теорема не может дать правильных результатов при её неправильном толковании или применении. Этот раздел изложим по университетской дисциплине А.Н.Матвеева «Электричество и магнетизм» [8]. В ней есть фрагмент с названием «Физическая основа справедливости теоремы Гаусса»[8. С. 84].

Приведём его полностью. «Из вывода теоремы Гаусса видно, что её справедливость обусловливается возможностью сведения подынтегрального выражения (13.3) с помощью (13.4) и (13.5) к дифференциалу телесного угла $d\Omega$. Это возможно только в том случае, когда $\vec{E}(r)$ убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от точечного заряда. При другой зависимости $\vec{E}(r)$ в формуле (13.6) под интегралом должна стоять, кроме дифференциала телесного угла, также и некоторая функция от r, не позволяющая выразить поток напряженности через поверхность в виде функции заряда, что означает несоблюдение теоремы Гаусса. Поэтому ***физической основой теоремы Гаусса является закон Кулона или, иначе, теорема Гаусса является интегральной формулировкой закона Кулона*** (курсив А.Н.)».

Другими словами, теорема Гаусса позволяет корректно рассчитать поток вектора напряженности электростатического поля, создаваемого только неподвижными точечными зарядами. Для них величина потока совпадает, с точностью до постоянной, со значением алгебраической суммы зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности, через которую рассчитывается поток. В связи с этим, применять теорему Гаусса для расчёта полей распределённых зарядов, как это делается в курсах общей физики, методически неверно.

Теорема Гаусса справедлива и при вычислении потока вектора напряженности гравитационного поля через замкнутую поверхность, внутри которой находятся неподвижные точечные массы.

Приведём формулы (13.3)- (13.6), на которые есть ссылки в тексте, [8]:

$$N = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{S} \right), \tag{13.3}$$

$$\frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{S} = \left| \frac{\vec{r}}{r} \right| dS \, cos(\alpha) = dS', \tag{13.4}$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $d\vec{S}$, а dS' – проекция площади элемента $d\vec{S}$ на плоскость, перпендикулярную радиус-вектору $\vec{r}$.

$$d\Omega = dS' / r^2, \tag{13.5}$$

$$N = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint_S d\Omega. \tag{13.6}$$

Дифференциальная формулировка закона Кулона (закона Ньютона) выводится с помощью математической формулы Гаусса-Остроградского. Её ещё называют уравнением Максвелла для дивергентной напряженности поля. Оно выводится для неподвижных размазанных в пространстве зарядов. Принимается, ***что оно справедливо для произвольного движения зарядов*** (масс, курсив А.Н.). Это уравнение описывает новый класс электростатических (гравитационных) полей, которые называют дивергентными.

Прямое вычисление в сферической системе координат указывает на то, что поля, создаваемые неподвижными точечными зарядами или массами, имеют дивергенцию, равную нулю. Такие поля следует назвать бездивергентными. Поля, создаваемые покоящимся размазанным зарядом (массой), либо движущимися зарядами (массами), – дивергентны. Они имеют математические законы распределения, отличающиеся от законов распределения напряженности точечных зарядов (масс).

В предлагаемой ниже монографии исследуются поля движущихся, размазанных в пространстве масс, которые принципиально дивергентны, имеют свои законы распределения в пространстве и свои физические свойства. *К ним нельзя применять теорему Гаусса! Поток дивергентных полей через замкнутую поверхность в сферическом случае распределения не даёт (с точностью до постоянной) значения суммарного заряда (массы), заключённого в концентрической сферической поверхности.* Как показывают решения нелинейных дифференциальных уравнений самосогласованной статики, поток дивергентных зарядов (массы) может быть равен нулю даже при наличии внутри рассматриваемой поверхности конечного значения размазанных зарядов (массы).

Силы Архимеда и Бернулли. Основоположник гидростатики Архимед сформулировал её основной закон так: на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости:

$$F_A = \rho_{ж} g V, \tag{22}$$

где $V, \rho_{ж}$ – объем и плотность жидкости, вытесненный телом. В законе следует различать силу действия, роль которой играет сила тяжести, взятая у поверхности земли, и силу противодействия – силу Архимеда. Они противоположны друг другу и равны по модулю.

Даниил Бернулли, размышляя над поведением тела, плавающего в состоянии безразличного равновесия внутри жидкости или газа (плотность тела равна плотности жидкости или газа), обнаружил, что в однородной среде силы, реализующие равновесие, пропорциональны объему тела. Если плотность тела заменить на плотность жидкости или газа, а силы, действующие на него, привести к объему, то получим условие равновесия элементарного объема жидкости или газа, называемого условием равновесия Бернулли:

$$\rho\vec{g} + \vec{f} = 0, \text{ где } \vec{f} = -\nabla p. \tag{23}$$

Оно положено в основу гидро-газостатики. В (23) действующей силой является объемная плотность силы тяжести (далее объемная сила заменена на термин сила), в которой $\vec{g}$ – напряженность внешнего гравитационного поля, ρ – плотность рассматриваемого вещества, находящегося в этом поле, а p – давление.

Действующая сила порождает градиент давления. Он имеет то же направление в пространстве и равен действующей силе. Выделенный объем вещества удерживается в равновесии силой противодействия, которая компенсирует возникающий градиент давления. Она равна ему по модулю и совпадает по направлению с силой Архимеда.

Силу противодействия $\vec{f}$ называют силой Бернулли. Принципиальным отличием от силы Архимеда является ее новое математическое определение, хотя ее можно записать и по другому $\vec{f} = -\rho\vec{g}$. В условии равновесия (23) мы имеем математическое равенство. *Физика, оставаясь в рамках гидро-газостатики, не* *может ответить на важный вопрос: какой реальной силой создается компенсирующая сила Бернулли?*

Как будет показано ниже, корректный ответ на поставленный вопрос удаётся найти только в самосогласованной теории гравитации.

Пузыри в физике. В этом разделе кратко ответим на вопрос: что известно о пузырях в физике? Под термином пузырь далее будем понимать следующее определение: скопление того или иного вещества (газообразного, жидкого, твёрдого или ядерного) в вакууме, при котором само вещество отделено от пространства двумя поверхностями внутренней и внешней. При этом во внутреннем и внешнем пространстве вещество отсутствует.

Предложенное определение указывает на то, что с такими пузырями физика не сталкивалась. И ей о них мало чего известно. Самые распространённые, наблюдаемые в обиходе, пузыри – шарик, наполненный воздухом и всплывающий в жидкости, или мыльный пузырь, летящий в воздухе, под это определение не подходят. Эти пузыри возникают на границе раздела двух различных сред жидкой и газообразной. Для объяснения причин существования таких пузырей вводят силы поверхностного натяжения, которые объясняют силами притяжения молекул жидкости.

Рентгенографическое исследование показывает, что в жидкости наблюдается так называемый ближний порядок. Это означает, что по отношению к любой частице расположение ближайших к ней соседей является упорядоченным. *То есть, возникает кластеризация молекул в самой жидкости. Размеры кластеров в сильной степени зависят от рода жидкости и от её температуры.* Это экспериментальное обстоятельство оказывается чрезвычайно важным для вопросов, обсуждаемых ниже.

В самосогласованной теории гравитации, изложенной ниже, появляются решения, указывающие на возможность существования пузырей, состоящих из одного сорта вещества. Это могут быть газовые пузыри, пузыри из микроскопических льдинок и даже пузыри, стенка которых состоит из нейтронов, находящихся в ядерном, очень горячем, состоянии вещества. Полученные соотношения позволяют связать значения сил поверхностного натяжения с объемными силами, действующими внутри вещества.

В последние десятилетия в квантовой механике появилось понятие осциллирующего пузыря, сгустка единого поля, имеющего геометрические размеры, значительно меньше комптоновской длины волны элементарной частицы. Развиваемая в [9-12] унитарная квантовая механика (там же ссылки на оригинальные работы), вводит новое понятие в физику элементарных частиц и строит уравнения, из которых удаётся рассчитать спектр масс элементарных частиц, совпадающий со спектром масс большинства элементарных частиц, полученных из экспериментов.

Почему предлагаемый подход представляет собой нулевое приближение к Истине высшей пробы? Потому что он, как и аналитическая механика, основывается на нелинейных дифференциальных уравнениях второго порядка в частных производных. Уравнение для потенциала в плоском случае при любом уравнении состояния всегда имеет интеграл живых сил (5), структура которого зависит от исследуемой физической ситуации. *Здесь не приходится кривить душой и заставлять математику изменять область определения составных функций.*

Фундаментальный закон сохранения (5) задаёт все физические характеристики коллективно-взаимодействующих систем и позволяет построить широкий набор решений и выбрать из него физически осуществимые решения. *В рассматриваемых задачах интеграл живых сил совпадает с полным давлением системы, которое складывается из давления самосогласованного поля и давления частиц системы. Записанный через гравитационный потенциал и его производную, он совпадает с гамильтоновой функцией системы.*

Существование интеграла полного давления определяется равенством градиента давления поля градиенту давления частиц в каждом элементарном объёме системы. Это позволяет дать однозначную интерпретацию физических причин удержания материи в ограниченной области пространства. Она связана с тем, что самосогласованное поле в системах большого числа частиц оказывает обратное действие на сами частицы, приводя к изменению внутреннего давления в системе.

В аналитической механике закон сохранения энергии возникает по причине того, что в произвольный момент движения в статическом силовом поле скорости изменения кинетической и потенциальных энергий материальной точки равны и противоположны по знаку. В теории самосогласованной гравитации он возникает потому, что в каждом элементарном объеме вещества *силы ньютоновского притяжения, связанные с градиентом давления вещества, скомпенсированы силами полевого происхождения, связанными с силой Бернулли*. Это приводит к тому, что рассматриваемые системы сильно неоднородны в пространстве.

Предлагаемая ниже последовательная теория скоплений гравитирующих частиц, удерживаемых в ограниченной области пространства полем, основана на следующих фундаментальных положениях:

- существует такой класс коллективного взаимодействия между гравитирующими частицами динамической системы, в котором возникает обратное действие макроскопического самосогласованного поля гравитации на частицы, порождающие это поле;
- обратное действие поля на частицы при таком взаимодействии всегда приводит к появлению удерживающей объемной плотности статических сил полевого происхождения, которая связана с градиентом давления самосогласованного поля и совпадает с ним по направлению;
- в этом классе взаимодействия динамическая система гравитирующих частиц находится в состоянии статического равновесия с самосогласованным полем в том случае, если градиенты давлений поля и частиц равны друг другу в любом элементарном объеме скопления и противоположны по направлению;
- равенство нулю суммы градиентов давлений поля и частиц в плоских динамических скоплениях для произвольного уравнения состояния обусловливает закон сохранения скалярной функции системы – интеграла полного давления, который состоит из суммы давлений поля и частиц и играет роль гамильтониана взаимодействия;
- условие статического равновесия гравитирующих частиц с полем и механизм удержания вещества не вступают в противоречие ни с теоремой Гаусса, ни с теоремой Ирншоу. Перечисленные теоремы применимы для системы неподвижных точечных частиц (либо зарядов), в которой действуют только ньютоновские силы притяжения (либо кулоновские силы) и не учитывается объемные статические силы полевого происхождения.

Отличительные особенности самосогласованной статики. Какие же особенности, отличительные от аналитической механики, имеет самосогласованная статика? В ней встречаются разнообразные функции распределения вещества от степенной до больцмановской. В состояниях первого рода частицы удерживаются полем в равновесии в потенциальных ямах. Их концентрация больше в минимуме потенциальной энергии. В состояниях второго рода концентрация частиц огромна на дне щели. *Самосогласованное поле и силы полевого происхождения, создаваемые скоплением частиц, возникают только в области пространства, где эти частицы локализованы*.

Потенциальная энергия гравитирующих частиц в самосогласованном поле определена с точностью до постоянной величины. Поэтому в одной и той же системе она может принимать разные знаки. Этот факт принципиально отличает её от потенциальной энергии взаимодействия двух гравитирующих частиц, которая может быть только отрицательной. Масса, удерживаемая полевой ловушкой большого скопления, может быть огромной. Энергия взаимодействия коллектива частиц с самосогласованным полем также определена с точностью до постоянной величины. Эта энергия выделяется при неупругом ударе гравитационных кластеров о плоскую поверхность в виде тепла, звуковых, световых и электромагнитных волн.

Исследование показывает, что *в сферически симметричных состояниях первого рода в веществе существует сфера нулевого давления поля*. Она же – сфера нулевой напряженности коллективного гравитационного поля. Эта сфера разделяет вещество кластера в пространстве на две атмосферы: внешнюю и внутреннюю. Во внутренней атмосфере напряжённость гравитационного поля направлена наружу, а во внешней – внутрь.

В системах первого рода, для любых параметров состояния, концентрация вещества стремится к нулю в центре шара. Этот факт вошел в противоречие с упомянутыми выше теориями равновесия газовых шаров Лэна-Эмдена. Применяемые там граничные условия требовали максимальной плотности вещества в центре. В связи с чем, их пришлось пересмотреть. *В холодных состояниях первого рода, когда температура шара значительно меньше характеристической температуры системы, внутри него образуется полость, в которой вещество практически от-*

сутствует. В этом случае шар превращается в пузырь, определение которого было дано выше.

Функция распределения поверхностной плотности налетающих частиц сферического полого кластера позволяет качественно объяснить причины возникновения некоторых типов кратеров на поверхности небесных тел, а также Луны и Земли.

Показано, что существует три возможных варианта неупругого удара полого кластера о плоскую поверхность: вариант с большим энерговыделением, вариант со средним энерговыделением и вариант со слабым энерговыделением. После удара полый гравитационный кластер (его вещество сосредоточено в достаточно тонком слое) оставляет на поверхности след – характерный кратер.

Текстура возникающего кратера зависит от значения критической поверхностной плотности частиц, выше которой материал поверхности начинает плавиться. При этом возможны два типа кратеров. При большом энерговыделении на поверхности возникает застывшая после расплава плоская площадка круговой формы, граница которой окаймлена выдавленным при расплаве веществом. В случае среднего энерговыделения проплав поверхности возникает только по краям кратера, который опоясывает проплавленный валик конечной толщины и конечного радиуса. При малом энерговыделении кратер вообще не возникает и падение на поверхность гравитационного кластера никаких следов не оставляет.

Характерный кольцевой проплавленный кратер с валиком образуется при падении из космоса на поверхность планеты пузыря с тонкой стенкой, имеющего очень высокую температуру. Гипотеза о том, что это за необычный космический пришелец и какой энергетикой он может обладать, высказаны в конце третьего параграфа монографии.

§ 1. Базовые уравнения самосогласованной теории гравитации

Уравнения равновесия гравитирующих частиц с полем. Обобщая работы Лэна, Эмдена [2], используя подход Френкеля [3], запишем трехмерные уравнения гравитационной статики, которые в современных обозначениях векторного анализа имеют вид:

$$\rho\vec{g} + \vec{f} = 0; \tag{1.1}$$

$$div\vec{g} = -4\pi G\rho; \tag{1.2}$$

$$\vec{g} = -grad(\varphi); \tag{1.3}$$

$$p = \rho kT / m, \text{ либо } p = K\rho^{\frac{n+1}{n}}; \tag{1.4}$$

$$\vec{f} = -grad(p). \tag{1.5}$$

Здесь ρ – плотность массы в элементарном объеме, $\vec{g}$ – напряженность макроскопического поля гравитации, создаваемая коллективом частиц в месте расположения объема, p – давление внутри системы, K – постоянная политропического уравнения состояния, n – индекс политропы (1.12), φ – потенциал самосогласованного поля, G – гравитационная постоянная, m – масса гравитирующей частицы, k – постоянная Больцмана.

Первое уравнение системы представляет собой условие равновесия элементарного объема системы гравитирующих частиц. Второе – дифференциальная форма закона Ньютона, позволяющая рассчитывать дивергентные статические поля размазанных масс. Уравнение (1.3) дает связь потенциала с напряженностью гравитационного поля. В уравнение (1.4) вошло два уравнения состояния: первое для состояний с однородной температурой, а второе – для политропических состояний. Уравнение (1.5) является определением газо-гидростатической силы Бернулли (см. введение (23)).

На первом этапе решения задач о строении звезд, рассматриваемых как шаровые газовые скопления, укороченная система уравнений (1.1, 1.2, 1.4, 1.5) приводилась в случае политропических состояний к уравнению относительно плотности Лэна – Эмдена (см. [2]):

$$\frac{1}{\xi^2}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}\right)=-\theta^n \qquad (1.6)$$

либо в случае газа с постоянной температурой к *E*-уравнению Эмдена также относительно плотности

$$\frac{1}{\xi^2}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}\right)=e^{-\theta}. \qquad (1.7)$$

Здесь θ – с точностью до постоянной совпадает с плотностью вещества системы, а ξ пропорциональна r. Следует заметить, что *связь напряженности с потенциалом (1.3) не применялась Эмденом при проведении исследования.*

Уравнения решались для граничных условий, при которых плотность газа имела максимум в центре шара и убывала к границам системы. Отметим специфику полученных решений. Для значения показателя политропы n = 0 (*чего, кстати, второе уравнение (1.4) не позволяет*) распределение вещества однородно, для n = 1 аналитическое решение имеет точку, в которой плотность обращается в нуль, а затем становится отрицательной. При n = 5 размеры системы безграничны, а плотность везде положительна. Найти точные аналитические решения уравнения Эмдена, удовлетворяющие тем же граничным условиям, не удалось.

Физика, объясняющая причины равновесия вещества в газовых шарах, изложена недостаточно четко. Объяснение, даваемое в монографии [2], звучит так: “Разность давлений dp представляет собой силу – dp , действующую на рассматриваемый элемент массы в направлении увеличения r. Этой силе противодействует сила притяжения, которую испытывает элемент массы”. *Но ведь разность давлений не может представлять собой силу?* Приведу объяснение, взятое из энциклопедической статьи, изданной через 70 лет после появления упомянутых работ, [13. С. 23]: “В этих условиях звезда может находиться в стационарном состоянии лишь благодаря тому, что в каждом ее слое внутреннее давление газа уравновешивается действием сил тяготения – тяжестью вышележащих слоев газа”. *Однако давление нельзя уравновесить силой, поскольку это физические параметры с различной размерностью.*

Градиент давления поля как объемная плотность сил. Покажем, что полная система уравнений (1.1-1.5) отображает коллективное взаимодействие между гравитирующими частицами, в котором проявляется обратное действие поля на частицы, порождающие это поле.

Попробуем отыскать ответ на поставленный во введении вопрос: *какой реальной силой создаётся компенсирующая сила Бернулли?* Для этого выясним, какая напряженность поля входит в уравнения (1.1) и (1.2) системы? На современном уровне знаний это макроскопическая напряженность – напряженность поля, создаваемая огромным количеством взаимодействующих частиц, участвующих в хаотическом движении в этом же поле. Она усреднена по времени и объему и характеризует напряженность в произвольной точке наблюдения, расположенной внутри рассматриваемой системы. Все остальные величины: плотность, давление, возникающие силы – также усреднённые.

Равновесия, в которых учитывается взаимодействие между собой движущихся гравитирующих либо заряженных частиц при наличии функции распределения, были названы Власовым самосогласованными. Только через 40 лет после публикации работ, упомянутых в [2], Власову удалось реализовать общий метод построения самосогласованных равновесий, обусловленных коллективным взаимодействием [14-17]. В связи с последним замечанием, коллективное неоднородное статическое поле скопления гравитирующих частиц следует считать самосогласованным.

Далее выясним физический смысл компенсирующей объемной плотности сил (далее объемной силы) $\vec{f}$ – силы Бернулли. С одной стороны, она газо-гидростатическая (1.5) и ее введение делает систему уравнений (1.1-1.5) замкнутой. С другой стороны, ее можно связать с градиентом давления самосогласованного поля. Для этого нужно подставить в (1.1) плотность массы из уравнения (1.2):

$$\vec{f} = -\rho\vec{g} = \frac{\vec{g}}{4\pi G} div\vec{g} = \vec{G}_g . \qquad (1.8)$$

Равенство (1.8) является новым математическим определением силы Бернулли. Оно позволяет ответить на вопрос: чем создаётся компенсирующая сила? Компенсирующая сила создается реальной силой полевого происхождения. Эта сила равна градиенту давления самосогласованного поля $\vec{G}_g$ *и сонаправлена ему.* Новое определение позволяет уточнить вид равновесия, который устанавливается силой Бернулли в рассматриваемых скоплениях: *равновесие вещества со статическим самосогласованным полем, которое становится внешним для гравитирующих частиц системы*.

Это указывает на неизвестное ранее свойство самосогласованного поля гравитации удерживать неоднородную систему частиц в ограниченной области пространства статическими силами полевого происхождения. Из (1.5) и (1.8) следует условие и интерпретация механизма удержания:

$$\vec{G}_g + grad(p) = 0. \qquad (1.9)$$

Она заключается в том, что для произвольного уравнения состояния (1.4) система коллективного взаимодействия частиц находится в статическом равновесии с самосогласованным полем гравитации в том случае, если равенство нулю суммы градиентов давлений поля и частиц выполнено в любом элементарном объеме системы. Условие (1.9) достаточно жесткое и позволяет отбросить нефизические решения, существующие у системы (1.1) – (1.5).

Математические равенства (1.5) и (1.8) указывают на двоякую роль самосогласованного поля, формирующего конфигурацию ловушки. С одной стороны, поле создает градиент давления в веществе, сонаправленный с вектором его напряженности (1.3). А с другой стороны, это же поле создает статическую силу (1.8), компенсирующую возникающий градиент.

Граничные условия, накладываемые при решении задач гравитационного равновесия на плотность вещества, которая должна уменьшаться от центра к поверхности, оказываются искусственными и должны быть пересмотрены, в связи с изложенным.

Введение других граничных условий указывает на принципиальную возможность существования шаровых гравитационных кластеров с полостью. Самосогласованное поле системы формирует в них два типа атмосфер. В квазиплоском случае они представлены на рис. 1.1. В атмосфере, расположенной на левой части рис. 1.1, (ее удобно назвать внутренней) плотность вещества нарастает в направлении оси x, а в атмосфере, расположенной на правой части рис. 1.1, (ее удобно назвать внешней) плотность убывает в направлении оси x.

Направления объемных сил, удерживающих систему. Рассмотрим возможные направления объемных сил, удерживающих внутреннюю атмосферу полого кластера. В произвольном элементе объема сила $\rho\vec{g}$ совпадает по направлению с внешней нормалью (ось x). Из (1.1, 1.5) следует, что градиент давления частиц совпадает с направлением $\rho\vec{g}$ и равен ему. Поскольку вектор $\vec{g}$ совпадает с направлением оси x, то его единственная проекция положительна. Из уравнения (1.2) следует, что в этом объеме дивергенция $\frac{dg}{dx} < 0$ и в ближайшей точке, взятой в направлении оси x, напряженность поля меньше, чем в точке, взятой против направления оси x. Это формирует градиент давления поля, направленный против градиента давления частиц. При этом его модуль равен модулю силы $\vec{f}$, а сумма противоположных векторов: градиента давления частиц и градиента давления поля – равна нулю для любого уравнения состояния.

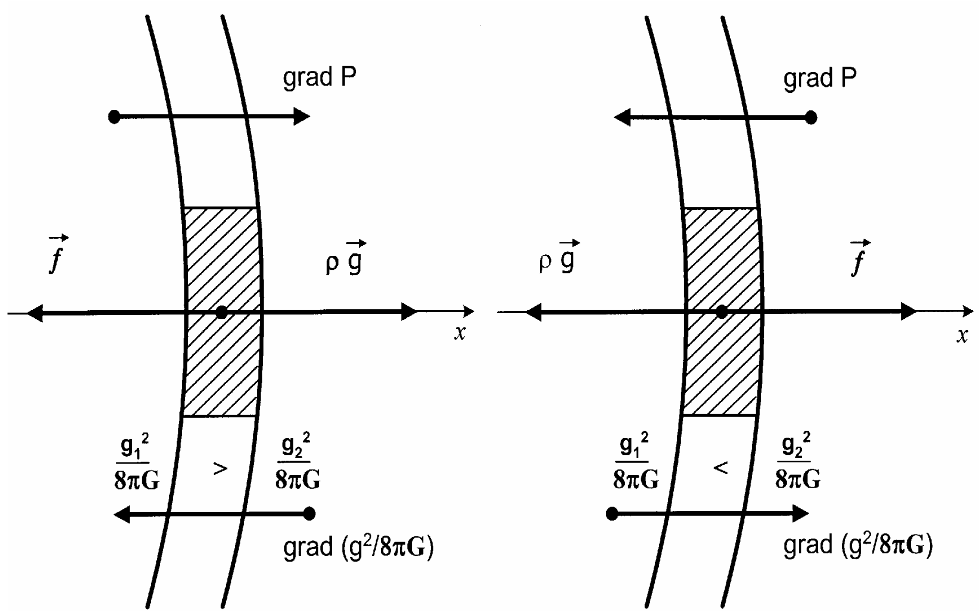

Рис. 1.1.

Элементарный объем вещества во внешней атмосфере кластера удерживается в равновесии следующими силами. Как и ранее, градиент давления частиц совпадает с $\rho\vec{g}$ и равен ему. Но теперь их направления противоположны направлению внешней нормали и единственная проекция вектора $\vec{g}$ отрицательна. Тогда из уравнения (1.2) следует, что в этом объеме $\dfrac{dg}{dx} > 0$ и напряженность поля нарастает в направлении оси *x*. Это снова формирует градиент давления поля, направленный против градиента давления частиц.

Интеграл полного давления. Исследуем одно замечательное свойство уравнений самосогласованной гравистатики. Если поле исследуемой системы однокомпонентное и плоское $\vec{g} = [g_x(x),0,0]$, то равенство (1.9) имеет вид

$$G_x + \frac{dp}{dx} = \frac{g_x}{4\pi G}\frac{dg_x}{dx} + \frac{dp}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{g_x^2}{8\pi G} + p\right) = 0$$

и приводит к интегралу полного давления

$$\frac{g_x^2}{8\pi G} + p = \frac{(\varphi')^2}{8\pi G} + p(\varphi) = H(\varphi',\varphi) = const, \qquad (1.10)$$

который является гамильтоновой функцией плоской системы. В нем роль обобщенного времени (циклическая переменная) играет координата *x*, а канонически сопряженными величинами являются обобщенный импульс $\varphi'/4\pi G$ и обобщенная координата φ (штрихи обозначают дифференцирование по *x*).

Конкретные виды гамильтоновой функции системы, как первого интеграла самосогласованного уравнения Пуассона (интеграла живых сил), в системах гравитирующих частиц с различными уравнениями состояния были получены в [18-21]. В системах с таким коллективным взаимодействием реализуется один тип равновесий: равновесий с положительным полным давлением, и в этих системах давление поля всегда больше там, где меньше давление частиц.

Полевые уравнения самосогласованной теории гравитации. Подставляя (1.5) и (1.3) в (1.1), получим в соответствии с подходом Френкеля [3]:

$$\rho grad(\varphi) + grad(p) = 0. \qquad (1.11)$$

Учитывая уравнение состояния (1.4) и однородность температуры приведем (1.11) к виду

$$grad\left(\frac{m\varphi}{kT} + ln\,\rho\right) = 0. \qquad (1.12)$$

Из (1.12) видно, что любое равновесие гравитирующих частиц с однородной температурой характеризуется скалярным интегралом

$$\frac{m\varphi}{kT} + ln\,\rho = \frac{m\varphi_0}{kT} + ln\,\rho_0 = const, \qquad (1.13)$$

где ρ_0 и φ_0 – постоянные. Из (1.13) следует функция распределения Больцмана

$$\rho = \rho_0\, exp\left[-m(\varphi - \varphi_0)/kT\right], \qquad (1.14)$$

указывающая на то, что плотность частиц системы больше там, где меньше разность гравитационных потенциалов и, наоборот, меньше там, где больше разность гравитационных потенциалов. Максимальные значения плотности реализуются на поверхности $\varphi = \varphi_0$.

Подставляя (1.14) в (1.2) свернем систему уравнений (1.1) - (1.5) в одно уравнение (проведем согласование)

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho_0\, exp\left[-m(\varphi - \varphi_0)/kT\right]. \qquad (1.15)$$

Уравнение (1.15) представляет собой полевой аналог уравнения, имеющего вид *E*-уравнения Эмдена [2], описывающего распределения макроскопического потенциала в системах движущихся частиц с однородной температурой, которые находятся в статическом равновесии с самосогласованным полем, и является его трехмерным обобщением. Положительность правой части указывает на то, что система состоит из частиц с ньютоновским законом взаимодействия. Заметим, что уравнение (1.15) впервые было получено Френкелем в 1948 г. [3].

Подставляя (1.3) и (1.5) в (1.1) с учётом второго соотношения в (1.4), получим скалярный интеграл, из которого следует степенная функция распределения вещества, находящегося в политропическом равновесии с полем

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_н}\right)^n, \qquad (1.16)$$

где ρ – плотность частиц, ρ_0 – плотность частиц на поверхности $\varphi = \varphi_0$, $\varphi_н = K(n+1)\rho_0^{1/n}$ – масштаб потенциала. *Из (1.16) следует, что для индексов политропии (n>0) концентрация гравитирующих частиц системы больше там, где меньше разность гравитационных потенциалов, и наоборот: меньше там, где больше разность гравитационных потенциалов. Для индексов политропии (n<0) концентрация гравитирующих частиц системы больше там, где больше разность гравитационных потенциалов, и наоборот: меньше там, где меньше разность гравитационных потенциалов.*

Законы (1.15) и (1.16) дают похожие качественные результаты для *n>0*, но приводят к различным количественным законам распределения вещества. Случай *n<0* в (1.16) оказался особым и ранее не рассматривался.

Подставляя (1.16) в правую часть (1.2), проведём согласование и получим трехмерный полевой аналог уравнения Лэна-Эмдена [2], описывающего распределение макроскопического потенциала в политропических системах движущихся частиц, которые находятся в статическом равновесии с самосогласованным полем:

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho_0 \left(1 - \frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_н}\right)^n. \qquad (1.17)$$

Уравнения (1.15) – (1.17) содержат в себе функции распределения (1.14, 1.16), которые указывают на непосредственное отношение исследуемого равновесия к классу самосогласованных равновесий систем движущихся частиц.

Заметим, что структура уравнений (1.15), (1.17) такова, что в плоском случае удается понизить их порядок и получить конкретный вид интеграла живых сил. По структуре он будет совпадать с интегралом полного давления (1.10) во всех приводимых случаях и определять важнейшие характеристики рассматриваемых систем.

ВЫВОДЫ

- **Расширенная система уравнений (1.1) – (1.5) отличается от уравнений Лэна-Эмдена дополнительным уравнением, которое даёт связь между напряженностью статического гравитационного поля и потенциалом.**
- **Введение дополнительного уравнения позволяет дать новое математическое определение компенсирующей силы Бернулли (1.8): она создаётся реальной силой полевого происхождения, совпадающей с градиентом давления самосогласованного поля гравитации системы.**
- **Новое определение позволяет уточнить вид равновесий, который устанавливается силой Бернулли в рассматриваемых скоплениях: равновесия вещества со статическим самосогласованным полем, которое становится внешним для порождающих его гравитирующих частиц системы.**
- **Самосогласованное поле, формирующее конфигурацию ловушки, играет двоякую роль. С одной стороны, поле создает градиент давления в веществе, сонаправленный с вектором его напряженности. А с другой стороны, это же поле создает статическую силу, компенсирующую создаваемый градиент.**
- **Граничные условия, накладываемые ранее при решении задач гравитационного равновесия на плотность вещества, которая должна иметь максимальное значение в центре шара, оказываются искусственными и должны быть пересмотрены.**
- **В плоских полях, для произвольного уравнения состояния в системе, всегда существует фундаментальный закон сохранения – интеграл полного давления, который состоит из суммы двух давлений: давления поля и давления частиц системы. В упомянутых системах он играет роль гамильтоновой функции системы.**

§ 2. Равновесие неизлучающих гравитирующих частиц с плоским самосогласованным полем в состояниях с однородной температурой

Как показано в [18], полевое уравнение самосогласованной теории гравитации (1.17), полученное для политропических систем, описывает системы с неоднородной температурой.

В связи с этим замечанием, наибольший интерес для исследования самосогласованных гравитирующих систем представляет полевой аналог *E*-уравнения Эмдена (1.15), который описывает объекты с однородной температурой. Как было показано в предыдущих параграфах, именно с его решением и возник вопрос о корректном выборе граничных условий.

В этом параграфе, на основе гамильтоновой функции системы, описывающей коллективное взаимодействие гравитирующих частиц с плоским самосогласованным полем, проведена классификация возбуждаемых полей и состояний равновесия с однородной температурой в системах со столкновениями. Получены законы пространственного распределения потенциала, напряженности, давления поля и частиц системы внутри плоского кластера. На основе найденных точных решений обсуждается вопрос о выборе граничных условий.

Удаётся показать, что удержание вещества даже в простейшей – одномерной плоской системе подчиняется фундаментальным законам сохранения, которые приводят к неожиданным распределениям полей и вещества, допускающим простую физическую трактовку. Полученное точное решение плоской задачи позволяет наметить корректный и единственный путь поиска подобных решений в сферической симметрии.

Уравнение равновесия систем с однородной температурой. Выпишем снова уравнение (1.15)

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho_0\, exp\left[-m(\varphi-\varphi_0)/kT\right], \tag{2.1}$$

которое позволяет рассчитать трехмерное распределение потенциала в газовой конфигурации с однородной температурой, удерживаемой в равновесии самосогласованным полем.

Гамильтонова функция системы. Уравнение (2.1) для плоской симметрии преобразуем к виду (штрихи означают дифференцирование по координате x)

$$\varphi'' = 4\pi G\rho_0\, exp\left[-m(\varphi-\varphi_0)/kT\right]. \tag{2.2}$$

Уравнение (2.2) необходимо сравнить с уравнением (3) введения. Сравнение указывает на то, что роль независимой переменной в рассматриваемом случае играет координата x, а роль функции переходит к потенциалу φ. В системе существует интеграл живых сил. Но его размерность не совпадает с размерностью энергии.

Уравнение (2.2) допускает понижение порядка. Оно имеет первый интеграл, являющийся гамильтонианом системы и соответствующий ее полному давлению [19]:

$$\frac{(\varphi')^2}{8\pi G} + p(\varphi) = P = H(\varphi'/4\pi, \varphi) = const\,, \tag{2.3}$$

где $p(\varphi) = p_0\, exp\left[-m(\varphi-\varphi_0)/kT\right]$ – давление гравитирующих частиц системы в плоскости φ, а $p_0 = \rho_0 kT/m = n_0 kT$ – давление гравитирующих частиц системы в плоскости $\varphi = \varphi_0$.

В (2.3) полное давление системы состоит из двух слагаемых: первое слагаемое представляет собой давление самосогласованного поля системы, а второе – известное газокинетическое давление частиц. Далее везде зависимость давления от потенциала системы $p(\varphi)$(второе слагаемое в (2.3)) будем называть *баропотенциальным соотношением*. В рассматриваемом случае оно экспоненциальное. Закон сохранения (2.3) впервые получен в [19].

Как видно из (2.3), величина полного давления в системе с однородной температурой положительна. Из (2.3) следует также, что в тех областях, где скалярный потенциал самосогласованного поля увеличивается, там давление частиц уменьшается, а давление поля увеличивается.

Канонически сопряженные величины в функции Гамильтона (2.3) – обобщенный импульс $\varphi'/4\pi G$ и обобщенная координата φ. Роль обобщенного времени играет координата x. Эффективная «потенциальная энергия системы» в (2.3) совпадает с баропотенциальным соотношением. Закон сохранения (2.3) выполняется как следствие того, что гамильтониан системы не зависит от обобщенного времени явно, то есть

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\partial H}{\partial x}.$$

Это равенство выполняется при отсутствии любых внешних статических полей гравитации, рассматриваемых по отношению к самосогласованному полю гравитации системы. Класс чётных функций пространственного распределения потенциала самосогласованного поля гравитации и его производной устанавливается всегда таким, чтобы в любой плоскости, взятой внутри системы, оставалась неизменной сумма давлений поля и частиц системы.

Закон сохранения (2.3) означает также, что в любой плоскости пространства взаимодействия рассматриваемой системы градиенты давлений самосогласованного поля и частиц системы равны между собой, но имеют различные направления. Поскольку объёмная плотность силы Бернулли (3.8) противоположна градиенту давления частиц, то и в плоской системе она получает новое математическое определение: *сила Бернулли совпадает по величине и направлению с градиентом давления самосогласованного поля и обеспечивает класс равновесий частиц с полем, которое они сами и создают.*

Докажем это утверждение. Продифференцируем (2.3) по x:

$$\frac{2\varphi'\varphi''}{8\pi G} + \frac{dp}{dx} = 0.$$

Подставляя сюда правую часть (2.2), получим условие равновесия элементарного объёма системы

$$mn\varphi' + \frac{dp}{dx} = -\rho g_x + \frac{dp}{dx} = \rho g_x + f_x = 0.$$

Отсюда следует новое математическое определение силы Бернулли в плоской системе:

$$f_x = -\rho g_x = \frac{2\varphi'\varphi''}{8\pi G} = \frac{d}{dx}\left[\frac{(\varphi')^2}{8\pi G}\right]. \tag{2.4}$$

Из (2.3) видно, что она является силой расталкивания и удерживает систему от ньютоновского притяжения (гравитационного коллапса), компенсируя её в каждом элементарном объёме системы.

Распределения физических величин. Введём наибольшее значение напряженности $g_* = \sqrt{8\pi G p_0}$. Интеграл (2.3) для $P=p_0$ (полное давление системы равно давлению частиц в плоскости $\varphi = \varphi_0$) представим в виде

$$\frac{d\varphi}{\sqrt{1 - exp\left[-m(\varphi - \varphi_0)/kT\right]}} = g_* dx. \qquad (2.5)$$

Проинтегрируем (2.5) с учётом табличного интеграла

$$\int \frac{dz}{\sqrt{a^2 - exp(z)}} = -\frac{2}{a} Arch\left[a\, exp(-z/2)\right] + C.$$

Выбирая произвольную постоянную C из условия $\varphi(0) = \varphi_0$, получим двухпараметрическое семейство кривых, описывающих распределение потенциала по длине системы

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{2kT}{m} ln\left[ch\left(\frac{x}{l}\right)\right], \qquad (2.6)$$

где

$$l = kT/\left(m\sqrt{2\pi G p_0}\right) = \sqrt{kT/\left(2\pi m G \rho_0\right)} \qquad (2.7)$$

– пространственный масштаб системы.

Из (2.6) видно, что потенциал коллективно-взаимодействующей системы представляет собой потенциальную яму, имеющую минимум потенциала в плоскости $x = 0$.

Проекция напряженности самосогласованного поля гравитации распределена по длине системы по закону:

$$g_x = -\varphi' = -\frac{2kT}{ml} th(x/l). \qquad (2.8)$$

Как видно из (2.8), напряжённость поля системы обращается в нуль в плоскости $x = 0$, а наибольшего значения модуль напряженности достигает при $x/l \to \pm\infty$:

$$g_* = 2kT/ml = \sqrt{8\pi G p_0}. \qquad (2.9)$$

Система в пространстве не ограничена, поскольку плотность, концентрация и давление частиц имеют солитонное распределение с максимумом на дне ямы

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{n}{n_0} = \frac{p}{p_0} = ch^{-2}(x/l). \qquad (2.10)$$

Как видно из (2.10) и (2.8), поле выдавливает частицы в минимум потенциальной энергии системы и остаётся однородным в тех местах, где вещество отсутствует, принимая наибольшие значения напряженности (2.9).

Распределение давления поля по длине системы следует из (2.8):

$$D = (\varphi')^2 / 8\pi G = g_*^2 th^2(x/l)/8\pi G. \qquad (2.11)$$

Из соотношений (2.10) и (2.11) видно, что сумма давлений частиц и поля системы в любой плоскости пространства взаимодействия остается постоянной и равной полному давлению системы $P = p_0$, которое является интегралом системы. Результат дифференцирования (2.11) показывает, что градиент давления поля в любой плоскости системы противоположен градиенту давления частиц, следующему из (2.10), и равен ему по модулю:

$$dD/dx = -dp/dx = 2g_*^2 th(x/l)/[8\pi Glch^2(x/l)]. \qquad (2.12)$$

Распределение концентрации, напряженности, давления поля и частиц удовлетворяют всем отмеченным выше закономерностям.

Направления градиентов позволяют выяснить направления объемных сил, удерживающих рассматриваемую систему в равновесии. Силы, сжимающие систему частиц, направлены к плоскости $x = 0$ и совпадают с направлением вектора $\vec{g}$. Силы Бернулли, расширяющие систему, создаются градиентом давления самосогласованного поля (1.8), который компенсирует действие градиента давления частиц.

Для графического представления функций (2.6) – (2.12) введём масштаб потенциала $\varphi_m = 2kT_m / m$, где T_m– характеристическая температура плоской системы. Безразмерный параметр $\alpha = T / T_m$ будет характеризовать температурные свойства системы.

На рис. 2.1 представлено рассчитанное по (2.6) распределение приведённой разности потенциалов $(\varphi - \varphi_0)/\varphi_m$ по приведённой координате системы x/l для различных значений параметра $\alpha > 0$. Кривая 1 соответствует значению $\alpha = 0{,}5$; кривая 2 $\alpha = 1{,}0$; кривая 3 $\alpha = 1{,}5$; кривая 4 для значения $\alpha = 2$.

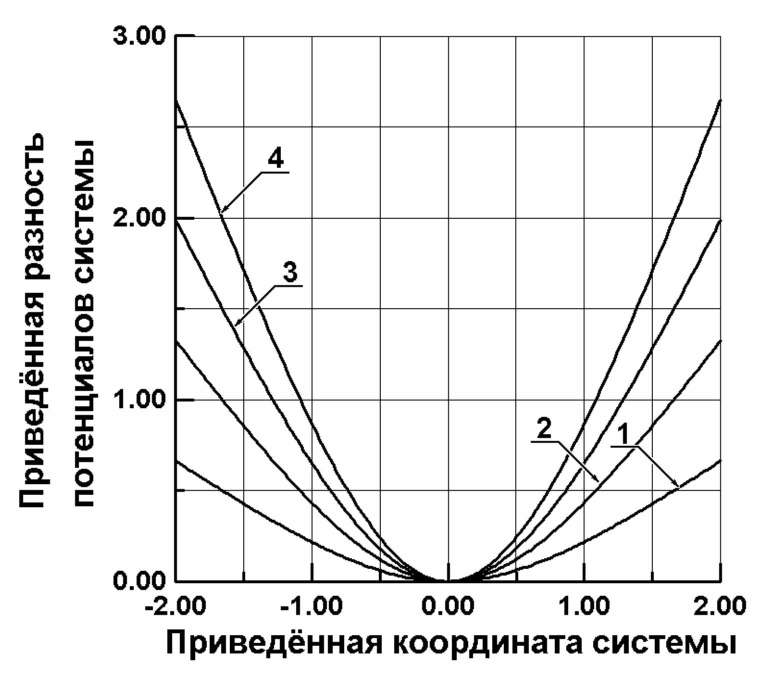

Рис. 2.1

Как видно из рис. 2.1, все кривые имеют вид потенциальных ям с бесконечными стенками, крутизна которых увеличивается с ростом температуры системы (с ростом α).

На рис. 2.2 представлено рассчитанное по (2.8) распределение приведённой проекции напряжённости поля g_x / g_m, где $g_m = \varphi_m / l$ – масштаб напряжённости поля, от приведённой координаты системы x / l для различных значений параметра $\alpha > 0$. Кривая 1 соответствует значению $\alpha = 0{,}5$; кривая 2 – $\alpha = 1$; кривая 3 – $\alpha = 1{,}5$; кривая 4 – $\alpha = 2$.

Из рис. 2.2 видно, что все кривые проходят через нуль в начале координат, а напряженность поля изменяет свой знак на противоположный при переходе через начало координат. Напряженность поля системы становится однородной на границах системы, достигая напряженности поля, совпадающей со значениями $\pm g_* = \pm\alpha g_m$. При этом для больших α поле становится однородным на меньших расстояниях, отсчитываемых от начала координат.

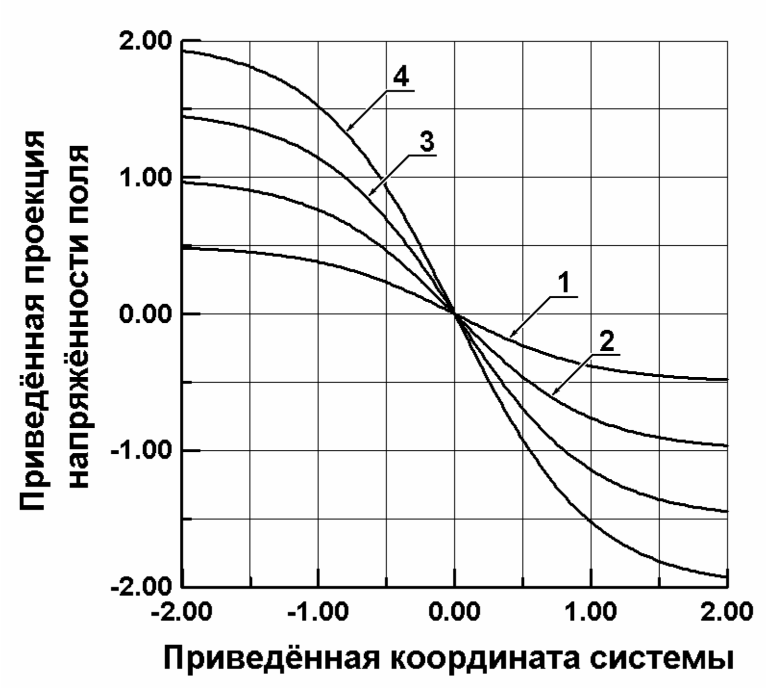

Рис. 2.2

Изменение концентрации частиц (плотности, газокинетического давления) системы по её длине описывается одним соотношением (2.10). На рис. 2.3 представлено распределение приведённой концентрации (плотности газа, газокинетического давления) $\frac{n}{n_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}$ от приведённой координаты системы x/l. Из рис. 2.3 также видно, что система не имеет резких границ.

На рис. 2.4 представлена зависимость приведённой силы Бернулли f_b/f_m, где $f_m = \rho_0 g_m$ – масштаб силы Бернулли, от приведённой координаты системы x/l, рассчитанная по (2.12) для различных значений параметра $\alpha > 0$. Кривая 1 соответствует значению $\alpha = 0{,}5$; кривая 2 – $\alpha = 1$; кривая 3 – $\alpha = 1{,}5$; кривая 4 – $\alpha = 2$.

Из рис. 2.4 видно, что сила Бернулли обращается в нуль в начале координат системы и на ее диффузных границах. В связи с этим у неё всегда есть два экстремума. Величина экстремума зависит от параметра α и с ростом температуры системы положительное значение в максимуме увеличивается, а значение в минимуме – уменьшается.

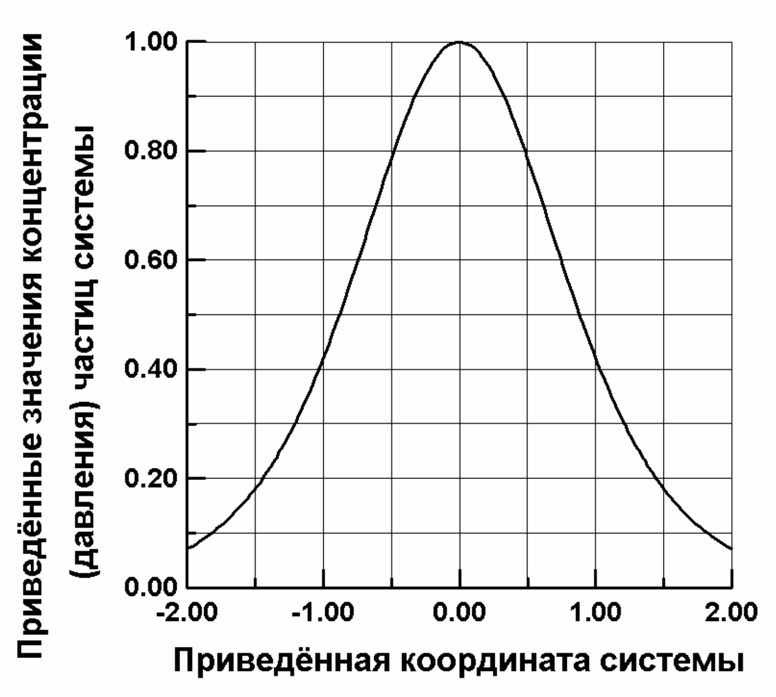

Рис. 2.3

Направление силы Бернулли всегда такое, чтобы противодействовать объёмной силе притяжения Ньютона, сжимающей систему к плоскости x=0.

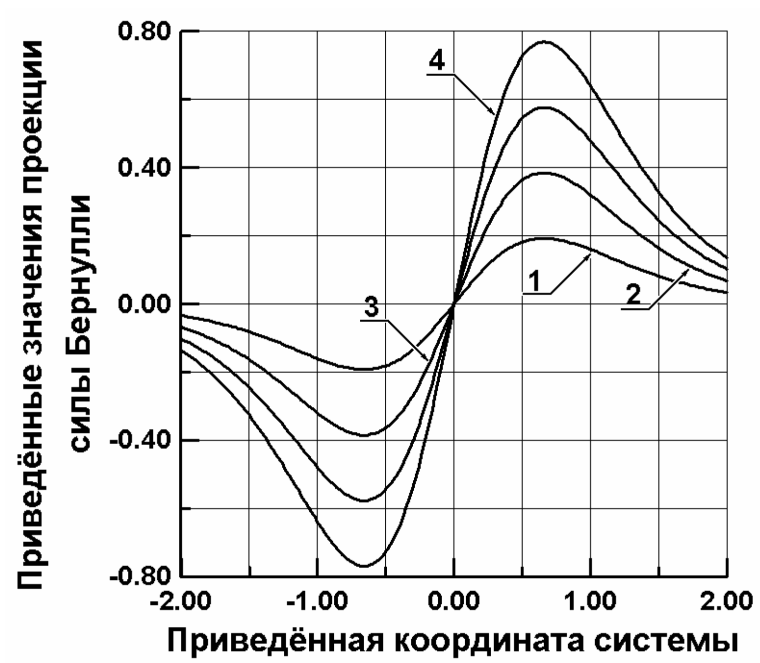

Рис. 2.4

Поскольку сила Бернулли возникает только в той области пространства, где находится удерживаемое вещество, то видно (см. рис. 2.2), что для принятых значений параметра α характерные размеры системы заключены в пределах от – $3l$ до $3l$.

На рис. 2.5 представлена зависимость приведённого распределения давления поля по длине системы. Приведённое давление D/D_0, где $D_0 = g_*^2/8\pi G$ – масштаб давления, вычислялось из соотношения (2.11). На больших расстояниях от плоскости $x=0$ оно становится постоянным, равным D_0, переставая зависеть от приведённой координаты системы x/l.

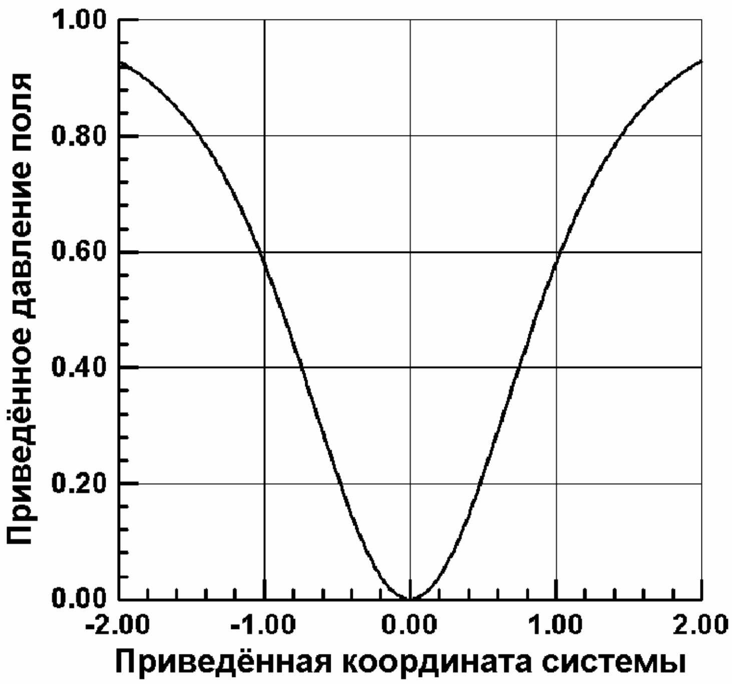

Рис. 2.5

Фазовые траектории. Уравнение фазовых траекторий системы получается из (2.3) и в области изменения приведённой разности потенциалов $(\varphi - \varphi_0)/\varphi_m$ имеет вид

$$\varphi'/g_m = \sigma\alpha\sqrt{1 - exp[-(\varphi - \varphi_0)/\alpha\varphi_m]}, \qquad (2.18)$$

где $\sigma = sign(\varphi')$.

На рис. 2.6 представлена верхняя часть фазовых траекторий для $\sigma=+1$, построенных по (2.18) в переменных: приведённый градиент системы φ'/g_m как функция приведённой разности потенциалов $(\varphi - \varphi_0)/\varphi_m$ для различных значений параметра состояния. Нижняя часть фазовых траекторий получается зеркальным отображением верхней части относительно оси приведённой разности потенциалов.

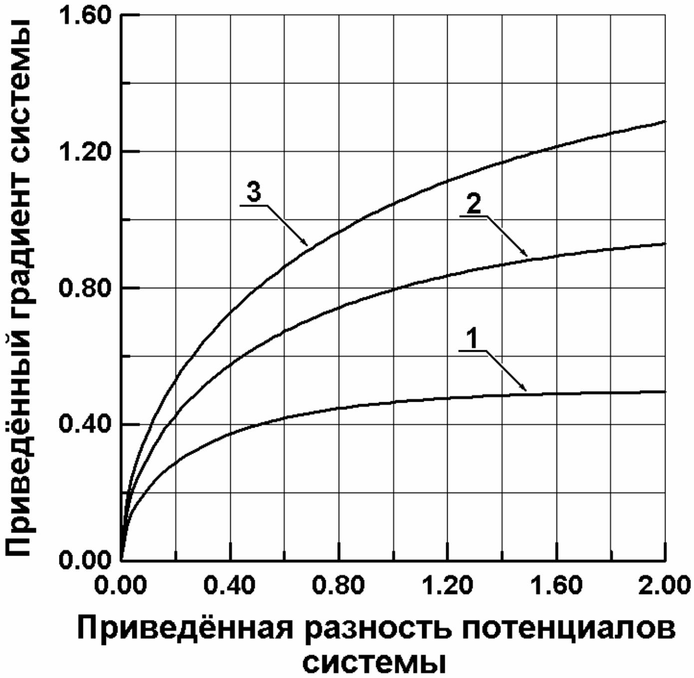

Рис. 2.6

Кривая 1 соответствует значению параметра состояния системы $\alpha = 0{,}5$; кривая 2 – $\alpha = 1$; кривая 3 – $\alpha = 1{,}5$. При значениях потенциала $(\varphi - \varphi_0)/\varphi_m \to \infty$ все кривые стремятся к значениям α.

Интегральные параметры плоского гравитационного кластера. Рассчитаем интегральные параметры плоского кластера. Их четыре. Поверхностная плотность частиц кластера, связанная самосогласованным полем, получается после простого интегрирования

$$N_s = \int\limits_{-\infty}^{\infty} n(x)dx = 2n_0 \int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{\left[ch(x/l)\right]^2} = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{2n_0 kT}{\pi G}}. \qquad (2.19)$$

Из (2.19) легко рассчитать поверхностную массу кластера

$$m_s = mN_s = \sqrt{\frac{2n_0 kT}{\pi G}}. \qquad (2.20)$$

Аддитивная плотность массы кластера положительная, конечная и так же как и плотность частиц зависит только от газокинетического давления системы на дне ямы.

Поверхностная плотность энергии самосогласованного поля системы имеет вид

$$W_{sf} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\varphi')^2}{8\pi G} dx = W_{0f} \int_{0}^{\infty} th^2(x/l)d(x/l), \qquad (2.21)$$

где $W_{0f} = \frac{kT}{m}\sqrt{p_0/\pi G}$ – масштаб поверхностной плотности энергии поля. Как видно из (2.21), на верхнем пределе интеграл расходится. Причины его расходимости достаточно глубокие и будут обсуждаться в следующем параграфе. Для оценки ограничим пределы системы в размерах, занятых частицами, от $-3l$ до $3l$. Тогда

$$W_{sf} \approx 2W_{0f}. \qquad (2.22)$$

Соотношение (2.22) позволяет сделать оценки порядков возникающих величин.

Энергия взаимодействия частиц системы с самосогласованным полем (энергия связи частиц с полем) определена с точностью до постоянной величины. Найдём её однозначную часть из соотношения

$$W = \frac{1}{2}\int_V (\varphi - \varphi_0)dm = \frac{1}{2}\int_V (\varphi - \varphi_0)\rho dV. \qquad (2.23)$$

Отсюда поверхностную плотность энергии связи частиц с полем (её однозначную часть) можно представить в виде

$$W_{si} = \int_0^{\infty} [\varphi(x) - \varphi_0]\rho(x)dx = 2p_0 l \int_0^{\infty} \frac{ln(cht)dt}{ch^2 t}. \qquad (2.24)$$

Интегрируя (2.24), получим

$$W_{si} = W_0[\gamma + \psi(3/2)], \qquad (2.25)$$

где $W_0 = \frac{2n_0 k^2 T^2}{m g_*}$ – масштаб поверхностной плотности энергии связи, γ – постоянная Эйлера, $\psi(z) = ln[\Gamma(z)]'$ – пси-функция, связанная с производной от логарифма гамма-функции. При вычислении (2.24) использован табличный интеграл [22. С. 490]:

$$\int_0^a \frac{x^{\alpha-1} ln\, x dx}{\left(a^{\mu} - x^{\mu}\right)^{1-\beta}} = \frac{a^{\alpha+\mu(\beta-1)}}{\mu^2} B\left(\beta, \frac{\alpha}{\mu}\right)\left[\mu\, ln\, a + \psi\left(\frac{\alpha}{\mu}\right) - \psi\left(\beta + \frac{\alpha}{\mu}\right)\right],$$

где $B(\alpha, \beta)$ – бета-функция. Выражение в квадратных скобках в

(2.25) с высокой степенью точности совпадает с двойкой, то есть:

$$W_{si} \approx 2W_0 . \qquad (2.26)$$

Оценки параметров плоских гравитационных кластеров. Пространственный масштаб (2.7) зависит от абсолютной температуры системы, массы гравитирующей частицы и концентрации частиц на дне ямы. Сделаем оценки масштаба для газовых систем, находящихся при температуре 300 К. Тогда (2.7) можно представить в виде

$$l = A/(m\sqrt{n_0}\,), \qquad (2.27)$$

где $A = \sqrt{kT/2\pi G} \approx 3{,}14 \cdot 10^{-6}$ кг/м$^{1/2}$. В табл. 2.1 в СИ рассчитаны значения пространственного масштаба для трёх типов газов: газа нейтронов, водяного пара и кислорода. При вычислениях было принято, что масса гравитирующей частицы совпадает с массой нейтрона, либо с массой молекулы воды, либо с массой молекулы кислорода.

Таблица 2.1

	n_0 (м$^{-3}$)	10^{24}	10^{25}	10^{26}	10^{27}
газ нейтронов	l (м)	$18{,}7 \cdot 10^8$	$5{,}93 \cdot 10^8$	$1{,}87 \cdot 10^8$	$5{,}93 \cdot 10^7$
водяной пар	l (м)	$1{,}05 \cdot 10^8$	$3{,}32 \cdot 10^7$	$1{,}05 \cdot 10^7$	$3{,}32 \cdot 10^6$
кислород	l (м)	$5{,}9 \cdot 10^7$	$1{,}86 \cdot 10^7$	$5{,}9 \cdot 10^6$	$1{,}86 \cdot 10^6$

Из табл. 2.1 видно, что значения пространственного масштаба изменяются в диапазоне от 10^6 до 10^9 м и имеют отношение к космическим порядкам величин.

Обычно принято считать, что формула $p = nkT$ применима в идеальных газах только для определённого диапазона температур. Исходное уравнение (2.1) ничего не знает о том, что вещество может быть в трёх фазах: газообразное, жидкое и твёрдое. В связи с этим будем считать, что газокинетическое соотношение можно применять в жидкости и даже для ядерного состояния вещества с очень высокой температурой. Как будет видно ниже, ничего предосудительного из такого расширения пределов применимости газокинетического соотношения не происходит.

Резонно задать вопрос о выборе массы гравитирующей частицы. Почему мы в одном случае выбираем массу молекулы, а в другом массу нейтрона? Понятно, что в развиваемой модели под массой гравитирующей частицы следует понимать массу частицы, участвующей во взаимодействии по закону всемирного тяготения.

Изучение окружающей природы указывает на существование кластеризации вещества. Есть ядра, атомы, молекулы. Существует своеобразная кластеризация молекул в жидкости, отображающая наличие в ней ближнего порядка. Известны звёздные скопления в Галактике. Всё это указывает на то, что поля, удерживающие образовавшийся кластер, не проявляют себя вне кластера. И образовавшийся новый кластер формирует новую массу, взаимодействующую по закону обратных квадратов. Эта новая масса и будет массой гравитирующей частицы другого скопления. Всё очень похоже на игрушку «матрёшка в матрёшке».

В этом смысле проявление ближнего порядка в жидкости или в ядерной жидкости будет приводит к изменению пространственного масштаба на несколько порядков. Например, при вычислении гравитирующей массы микроскопической льдинки гравитирующую массу следует заменить массой самой льдинки, а под концентрацией n_0 понимать концентрацию льдинок, а не молекул, находящихся в льдинке.

Такая интерпретация массы гравитирующей частицы приводит к широким возможностям применения предлагаемого подхода.

Сделаем оценки физических параметров газового скопления из кислорода для концентрации 10^{27} (м$^{-3}$) при температуре 300 К для параметра состояния α = 1. Давление частиц на дне ямы p_0=4,14·10^6 Па совпадает с полным давлением системы, давлением поля на границах системы и масштабом давления. Оценочная ширина системы $d \approx 6l = 1{,}12 \cdot 10^7$м. Масштаб потенциала φ_m=1,57·10^5м^2/с^2. Масштаб напряжённости поля g_m=8,4·10^{-2} м/с^2 совпадает с наибольшей напряжённостью системы g_*. Масштаб силы Бернулли f_m=4,4 н/м^3.

Интегральные параметры исследуемого кластера. Поверхностная плотность частиц N_s=3,7·10^{33} м$^{-2}$. Поверхностная плотность удерживаемой массы m_s=1,97·10^8 кг·м$^{-2}$. Масштаб поверхностной плотности энергии самосогласованного поля W_{0f}=1,09·10^{13} Дж·м$^{-2}$. Масштаб поверхностной плотности энергии взаимодействия частиц с полем W_0=8,0·10^{12} Дж·м$^{-2}$.

Характерные масштабы величин существенно изменяются для ядерной плотности вещества. Так, для концентрации нейтронов n_0=10^{44} м$^{-3}$ и температуры T=10^6 K (параметры нейтронных звёзд) полное давление в системе P=1,4·10^{27} Па обеспечивает наибольшее значение напряженности g_*=1,5·10^9 м·с$^{-2}$. Оценочная ширина системы d=6l=66 м.

Интегральные параметры нейтронного кластера с ядерной плотностью. Поверхностная плотность частиц N_s=2,2·10^{45} м$^{-2}$. Поверхностная плотность удерживаемой массы m_s=3,7·10^{18} кг·м$^{-2}$. Масштаб поверхностной плотности энергии самосогласованного поля W_{0f}=2,15·10^{28} Дж·м$^{-2}$. Масштаб поверхностной плотности энергии взаимодействия частиц с полем W_0=1,56·10^{28} Дж·м$^{-2}$.

ВЫВОДЫ

- **Законы распределения гравитирующих частиц, находящихся при однородной температуре в плоском самосогласованном поле, определяются однозначно первым интегралом полного давления системы, состоящим из суммы: давления гравитирующих частиц и давления поля.**
- **Потенциал самосогласованного поля, удерживающего частицы системы, представляет собой двухпараметрическое семейство потенциальных ям с бесконечными стенками.**
- **Равновесная функция распределения системы совпадает с больцмановской.**
- **Исследуемая система существенна неоднородна. В ней всегда устанавливается такое распределение, при котором поле выдавливает частицы на дно потенциальной ямы, создавая там области с высокой концентрацией.**
- **Сила Бернулли (объёмная плотность сил) получает новое математическое определение. Она в любой плоско-**

сти системы совпадает по направлению и равна по величине градиенту давления самосогласованного поля.

- **Самосогласованное поле образованной ловушки играет двоякую роль: с одной стороны, поле создает градиент давления в веществе, сонаправленный с вектором его напряженности. А с другой стороны, это же поле создает объёмную плотность сил, компенсирующую возникающий градиент.**
- **В связи с этим каждый элементарный объем системы, рассматриваемой как элемент сплошной среды, находится в равновесии под действием двух сил: объемной плотности сил ньютоновского притяжения и объёмной плотности сил расталкивания Бернулли.**
- **Равенство сил приводит к существованию в плоской системе интеграла полного давления, играющего роль гамильтоновой функции системы.**
- **Интегральный параметр поверхностной плотности массы плоского кластера указывает на положительность и конечность аддитивной массы, удерживаемой системой.**
- **Интегральный параметр энергии взаимодействия частиц системы с самосогласованным полем (энергия связи частиц с полем) определён с точностью до постоянной величины.**
- **Граничные условия, адекватные поставленной задаче, можно сформулировать так: в системе должна существовать поверхность, в которой давление самосогласованного поля обращается в нуль, а потенциал минимален.**

§ 3. Равновесие неизлучающих гравитирующих частиц с самосогласованным полем сферической симметрии в состояниях с однородной температурой

Наиболее интересным случаем для поставленного исследования является сферически симметричный случай с однородной температурой.

Уравнение равновесия. Запишем уравнение (3.15) в сферической симметрии, учитывая только радиальную зависимость потенциала:

$$\varphi'' + 2\varphi'/r = 4\pi G m n_0 \, exp\left[-m(\varphi - \varphi_0)/kT\right], \qquad (3.1)$$

где $n_0 = \rho_0 / m$ – значение концентрации частиц системы на сфере $\varphi = \varphi_0$, а штрихи означают дифференцирование по r.

Покажем, что решения уравнения (3.1) описывают статические распределения потенциала в равновесных коллективно взаимодействующих кластерах гравитирующих частиц с однородной температурой, удерживаемых самосогласованным полем.

Переходя в (3.1) к функции $y(x) = -m[\varphi(r) - \varphi_0]/2kT$ относительно переменной x=r/R , где R – радиус сферы, на которой задаются полевые граничные условия, приведем (3.1) к виду

$$xy'' + 2y' + \beta^2 x \, exp(2y) = 0, \qquad (3.2)$$

где

$$\beta^2 = \frac{2\pi G m^2 n_0 R^2}{kT} = \frac{T_*}{T} = \frac{R^2}{l^2} \qquad (3.3)$$

– параметр состояния сферической системы, а

$$T_* = \frac{2\pi G m^2 n_0 R^2}{k} \qquad (3.4)$$

– ее характеристическая температура (штрихи означают дифференцирование по x). Параметр состояния сферической системы β допускает двойную интерпретацию. С одной стороны, он позволяет сравнивать температуру системы с характеристической, а с другой стороны, сравнивать радиус сферы, на которой задаются граничные условия с пространственным масштабом системы l (2.7).

Уравнение (3.2) принадлежит к классу уравнений типа E – уравнения Эмдена [2], описывающего неоднородные распределения вещества в газовом шаре с однородной температурой, и является его полевым аналогом. Как известно, оно не имеет точных решений в элементарных функциях для граничных условий $y(0) = \lambda = const;\ y'(0) = 0$, представляющих физический интерес.

В § 2 было выяснено, что в плоских самосогласованных системах с постоянной температурой важную роль играет поверхность нулевого давления поля. В связи с этим будем искать приближенные решения (3.2) для полевых граничных условий $x = 1,\ \ y(1) = 0,\ \ y'(1) = 0,$ которые предполагают существование внутри кластера сферы нулевого давления поля.

Переходя к новой функции

$$y(x) = \eta(\xi) - \xi, y' = \frac{d\xi}{dx}\left(\frac{d\eta}{d\xi} - 1\right), \text{ где } \xi = ln\, x,$$

получим уравнение

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} + \frac{d\eta}{d\xi} = 1 - \beta^2 exp(2\eta) \tag{3.5}$$

с граничными условиями ξ=0, η(0)=*0*, $\frac{d\eta}{d\xi}(0) = 1,$ которое допускает понижение порядка введением новой функции

$$p(\eta) = \frac{d\eta}{d\xi}; \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = p\frac{dp}{d\eta}.$$

Уравнение первого порядка

$$p\frac{dp}{d\eta} + p = 1 - \beta^2 exp(2\eta) \tag{3.6}$$

имеет граничные условия η=0, p(0)=1. Его не удаётся проинтегрировать в элементарных функциях.

Проводилось численное решение уравнения (3.6) для семейства интегральных кривых, проходящих через точку η=0, p(0)=1 и имеющих угол наклона в пределах $-\infty < \frac{dp}{d\eta}(0) = -\beta^2 < 0$. Решение указывает на существование особой точки Эмдена на оси η при $\eta=\eta_*>0$, в которой $p \to 0$, а $dp/d\eta \to -\infty$.

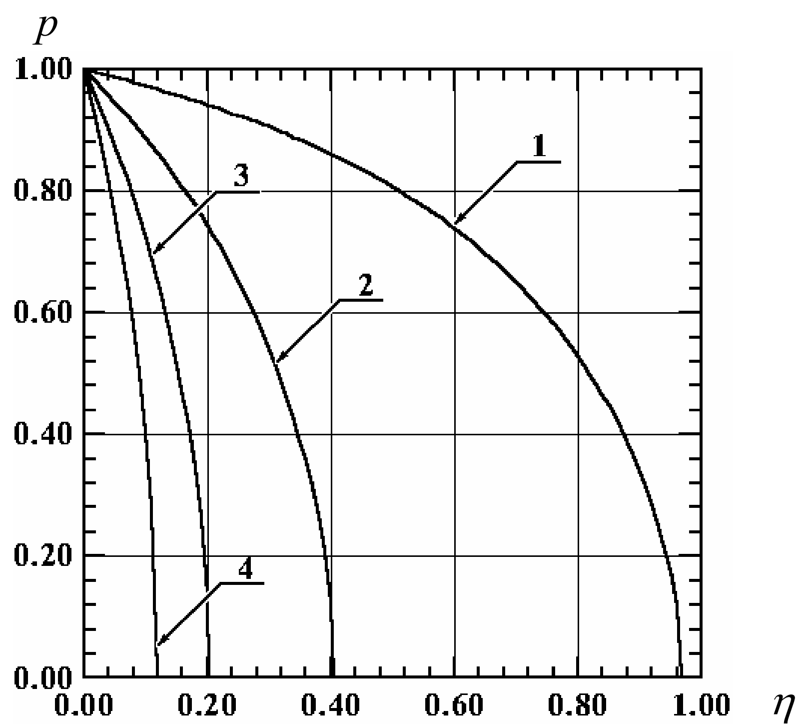

Рис. 3.1

На рис. 3.1 приведены четыре интегральные кривые. Кривая 1 построена для $\beta = 0{,}5$; кривая 2 – для $\beta = 1{,}0$; кривая 3 – для $\beta = 1{,}5$; кривая 4 – для $\beta = 2{,}0$. Как видно из рис. 3.1, положение особой точки Эмдена на оси η зависит от величины β^2. Для $\beta^2 \ll 1$ она расположена далеко от начала координат и ее координаты η_* большие и положительные. Для значений $\beta^2 \gg 1$ она близко подходит к началу координат справа. Это позволяет найти приближенное решение (3.6) при выполнении условия $\beta^2 \gg 1$.

Разрешим (3.6) относительно производной:

$$\frac{dp}{d\eta} = \frac{1 - \beta^2 \exp(2\eta)}{p} - 1. \qquad (3.7)$$

При выполнении условия

$$\beta^2 \exp(2\eta)/p \gg 1/p - 1 \qquad (3.8)$$

уравнение (3.7) может быть приведено к виду

$$\frac{dp}{d\eta} = -\frac{\beta^2 \exp(2\eta)}{p}. \qquad (3.9)$$

Интегрируя (3.9), получим

$$p = \sqrt{1 - \beta^2\left[exp(2\eta) - 1\right]}. \qquad (3.10)$$

Определим значения параметра β, для которых выполняется приближение (3.8). Для этого представим (3.8) в виде

$$\beta^2 >> (1 - p)exp(-2\eta) = f(\eta). \qquad (3.11)$$

Наибольшее значение функции $f(\eta)$, стоящей в правой части неравенства (3.11), приходится на значение $\eta = \eta_*$. Тогда приближение (3.8) выполнено при условии

$$\frac{1}{\beta^2 + 1} << 1, \qquad (3.12)$$

что удовлетворительно даже для $\beta = 3$ и улучшается с ростом β.

Распределения физических величин по приближённому решению. Возвращаясь в (3.10) к функции $\varphi(r)$, получим двухпараметрический закон распределения потенциала в рассматриваемом случае:

$$\frac{\varphi}{\varphi_*} = \frac{\varphi_0}{\varphi_*} + ln\left[\frac{\beta r}{R\sqrt{\beta^2 + 1}} ch(A)\right], \qquad (3.13)$$

где $\varphi_* = 2kT / m$ – масштаб потенциала,

$$A = Arch\left(\frac{\sqrt{\beta^2 + 1}}{\beta}\right) - ln\left(\frac{r}{R}\right)\sqrt{\beta^2 + 1},$$

β и φ_0 – параметры распределения.

Полученное приближённое решение (3.13) является точным для цилиндрической симметрии, в которой второе слагаемое уравнения (3.2) имеет коэффициент, равный единице.

Исследуем поведение (3.13) в особых точках. При $r / R \to +0$ $(\varphi - \varphi_0) / \varphi_* \to +\infty$ по закону $\left(1 - \sqrt{1 + \beta^2}\right) ln(r / R)$, а при $r / R \to +\infty$ $(\varphi - \varphi_0) / \varphi_* \to +\infty$ по закону $\left(1 + \sqrt{1 + \beta^2}\right) ln(r / R)$.

Выражение (3.13) позволяет получить в аналитическом виде основные гравистатические и кинетические характеристики кластера для случая β^2>>1. Проекция r-й компоненты напряженности самосогласованного поля находится из (3.13) и имеет вид

$$\frac{g_r}{g_0} = \frac{RB}{r}, \tag{3.14}$$

где

$$g_0 = \frac{2kT}{mR};\ B = th(A)\sqrt{\beta^2+1} - 1.$$

Исследуем поведение (3.14) в особых точках. При $r/R \to +0$ $g_r/g_0 \to +\infty$ по закону $\dfrac{g_r}{g_0} = \dfrac{\sqrt{1+\beta^2}-1}{r}R$. При $r/R \to +\infty$ $g_r/g_0 \to -0$ по закону $\dfrac{g_r}{g_0} = -\dfrac{\sqrt{1+\beta^2}+1}{r}R$.

Изменение плотности, давления и концентрации частиц в кластере:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} = \frac{n}{n_0} = \left[\frac{\beta r}{R\sqrt{\beta^2+1}}ch(A)\right]^{-2}. \tag{3.15}$$

Исследуем поведение (3.15) в особых точках. При $r/R \to +0$ $n/n_0 \to +0$ по закону $n/n_0 = 4(1+1/\beta^2)\left(\dfrac{r}{R}\right)^{2(\sqrt{1+\beta^2}-1)}$. При $r/R \to +\infty$ $n/n_0 \to +0$ по закону $n/n_0 = 4(1+1/\beta^2)\left(\dfrac{r}{R}\right)^{-2(\sqrt{1+\beta^2}+1)}$.

Давление самосогласованного поля внутри кластера изменяется по закону:

$$D = \frac{g_r^2}{8\pi G} = \frac{g_0^2 R^2 B^2}{8\pi G r^2}. \tag{3.16}$$

Исследуем поведение (3.16) в особых точках. При $r/R \to +0$ $\dfrac{D}{D_0} \to +\infty$ по закону $\dfrac{D}{D_0} = \dfrac{R^2(\sqrt{1+\beta^2}-1)^2}{r^2}$. При

$r/R \to +\infty$ $\dfrac{D}{D_0} \to +0$ по закону $\dfrac{D}{D_0} = \dfrac{R^2(\sqrt{1+\beta^2}+1)^2}{r^2}$, где $D_0 = \dfrac{g_0^2}{8\pi G}$.

Проекция радиальной компоненты градиента давления частиц зависит от радиуса и имеет вид

$$\frac{dp}{dr} = \frac{2p_0R^2(\beta^2+1)B}{\beta^2 r^3\, ch^2(A)}. \tag{3.17}$$

В особых точках (3.17) ведёт себя так. При $r/R \to +0$ $\dfrac{dp}{dr} \to +0$ по закону $\dfrac{dp}{dr} = \dfrac{8p_0(1+\beta^2)}{\beta^2 R}\left(\sqrt{1+\beta^2}-1\right)\left(\dfrac{r}{R}\right)^{2\sqrt{1+\beta^2}-3}$, поскольку в рассматриваемом случае β>3 и показатель степени положителен. При $r/R \to +\infty$ $\dfrac{dp}{dr} \to -0$ по закону

$$\frac{dp}{dr} = \frac{8p_0(1+\beta^2)}{\beta^2 R}\left(\sqrt{1+\beta^2}+1\right)\left(\frac{r}{R}\right)^{-(2\sqrt{1+\beta^2}+3)}.$$

Производная от давления самосогласованного поля по радиальной координате изменяется внутри кластера по закону

$$\frac{dD}{dr} = -\frac{g_0^2R^2B}{4\pi G r^3}\left(\frac{\beta^2+1}{ch^2(A)} + B\right). \tag{3.18}$$

Исследуем поведение (3.18) в особых точках. При $r/R \to +0$ $\dfrac{dD}{dr} \to -\infty$ по закону $\dfrac{dD}{dr} = -2D_0R^2(\sqrt{1+\beta^2}-1)^2/r^3$. А при $r/R \to +\infty$ $\dfrac{dD}{dr} \to -0$ по закону $\dfrac{dD}{dr} = -2D_0R^2(\sqrt{1+\beta^2}+1)^2/r^3$.

Изменение силы Бернулли внутри кластера имеет вид

$$\frac{f_b}{f_0} = -\rho g_r = -\frac{RB}{r\left[\dfrac{\beta r}{R\sqrt{\beta^2+1}}ch(A)\right]^2}, \tag{3.19}$$

где $f_0 = \rho_0 g_0$ – масштаб силы Бернулли. Зависимость (3.19) с точностью до знака совпадает с (3.17). Поведение в особых точках (3.19) совпадает с точностью до знака с (3.17).

Как видно из соотношения (3.13), потенциал самосогласованного поля, создаваемый частицами кластера, представляет собой потенциальную яму с бесконечными стенками и с минимумом $\varphi = \varphi_0$ на сфере нулевого давления поля. Радиальные распределения потенциала зависят от двух параметров β и φ_0.

Сфера нулевого давления поля делит все пространство взаимодействия кластера на две области: внутреннюю и внешнюю. Во внутренней области напряженность самосогласованного поля сонаправлена с радиус-вектором. В ней с ростом r потенциал убывает, а давление и концентрация частиц растут. Сила Бернулли противоположна радиус-вектору.

Во внешней области направление вектора напряженности поля противоположно направлению радиус-вектора. В ней с ростом r потенциал возрастает, а давление и концентрация частиц убывают. Направление силы Бернулли совпадает с направлением радиус-вектора. На границах внутренней и внешней областей концентрация частиц убывает плавно, в связи с чем резких границ у системы нет.

Поскольку поле выдавливает вещество в минимум потенциальной энергии, находящийся на расстоянии R, то при больших значениях параметра состояния $\beta^2 >> 1$ внутри холодного кластера образуется полость, в которой вещество практически отсутствует. Полученные результаты уточняют решения, найденные в [6]. Точные решения E – уравнения Эмдена для цилиндрической симметрии получены в [23].

Характеристики системы вблизи дна потенциальной ямы. Для анализа поведения системы введем ось x с началом в точке $r=R$ ($r=R+x$), направленную по радиус-вектору. Разлагая (3.13) в ряд Тейлора по малому параметру $x/R<<1$ с точностью до квадратичных членов, в квазиплоском случае получим квадратичную зависимость потенциала в тонких слоях, прилежащих с двух сторон к сфере нулевого давления поля:

$$\varphi(x) - \varphi_0 \approx kT\beta^2 x^2 /(mR^2). \tag{3.20}$$

Проекция вектора напряженности самосогласованного поля при переходе через сферу x=0 изменяет свой знак на противоположный:

$$g_x \approx -2kT\beta^2 x/(mR^2). \tag{3.21}$$

Давление частиц системы и давление поля в тонких слоях зависят от x по законам

$$p \approx p_0(1-\beta^2 x^2 / R^2); \; D \approx k^2T^2\beta^4 x^2 /(2\pi G m^2 R^4), \tag{3.22}$$

где $p_0 = n_0 kT$.

Проекции градиентов давления частиц и поля также изменяют свой знак при переходе через сферу x=0 и имеют вид

$$\frac{dp}{dx} \approx -\frac{2p_0\beta^2 x}{R^2}; \; \frac{dD}{dx} \approx \frac{k^2T^2\beta^4 x}{\pi G m^2 R^4}. \tag{3.23}$$

Из (3.20) – (3.23) с учетом (3.3) видно, что в квазиплоских слоях, прилежащих к сфере нулевого давления поля, сумма давлений поля и частиц остается положительной и неизменной, а градиенты давлений поля и частиц равны друг другу и противоположны по направлению.

На рис. 3.2 представлено рассчитанное по (3.13) распределение приведённой разности потенциалов $(\varphi - \varphi_0)/\varphi_*$ по приведённой координате системы r/R для различных значений параметра $\beta > 0$. Кривая 1 соответствует значению $\beta = 3{,}0$; кривая 2 – $\beta = 5{,}0$; кривая 3 – $\beta = 7{,}0$; кривая 4 – $\beta = 10$.

Как видно из рис. 3.2, все кривые имеют вид потенциальных ям с бесконечными стенками, отличающихся по форме от потенциальных ям в плоской симметрии. Во внешней атмосфере у них есть точка перегиба. Их крутизна теперь зависит от параметра состояния β и с его ростом увеличивается.

На рис. 3.3 представлено рассчитанное по (3.14) распределение приведённой радиальной проекции напряжённости поля g_r / g_0 от приведённой координаты системы r/R для различных значений параметра $\beta > 0$. Кривая 1 соответствует значению β=3,0; кривая 2 – $\beta = 5{,}0$; кривая 3 – $\beta = 7{,}0$; кривая 4 – $\beta = 10$.

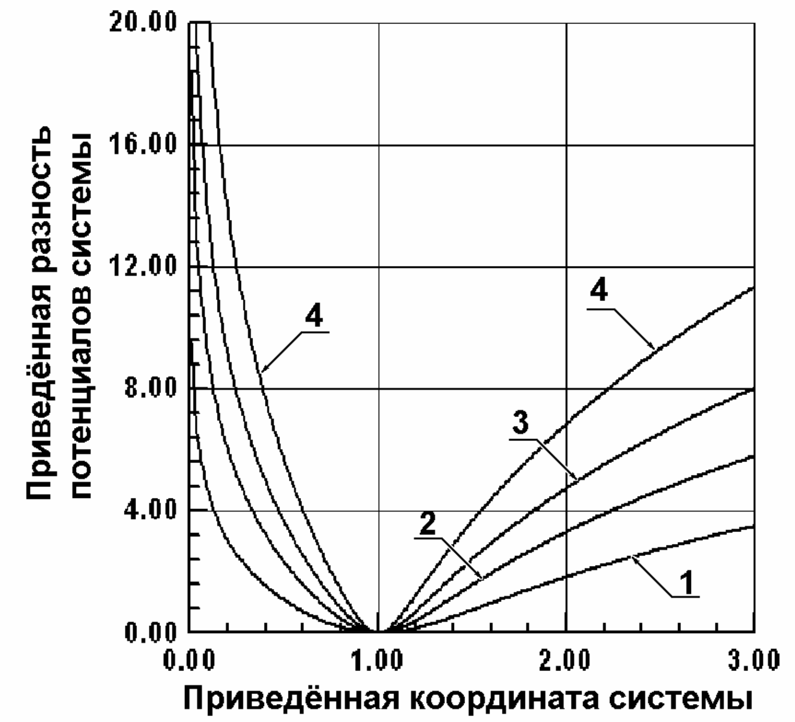

Рис. 3.2

Из рис. 3.3 видно, что все кривые проходят через нуль в точке $r = R$, а напряженность поля изменяет свой знак на противоположный при переходе через эту точку. Во внешней атмосфере распределение напряжённости всегда имеет минимум, значение которого зависит от параметра состояния β.

На рис. 3.4 представлено распределение приведённой концентрации (плотности газа, газокинетического давления) $\frac{n}{n_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}$ от приведённой координаты системы r / R для различных значений параметра состояния β. Кривые рассчитаны по соотношению (3.15). Кривая 1 соответствует значению β = 3,0; кривая 2 – β = 5,0; кривая 3 – β = 7,0; кривая 4 – β = 10. Из рис. 3.4 видно, что система не имеет резких границ, а толщина сферического слоя, занятого частицами с ростом параметра состояния уменьшается.

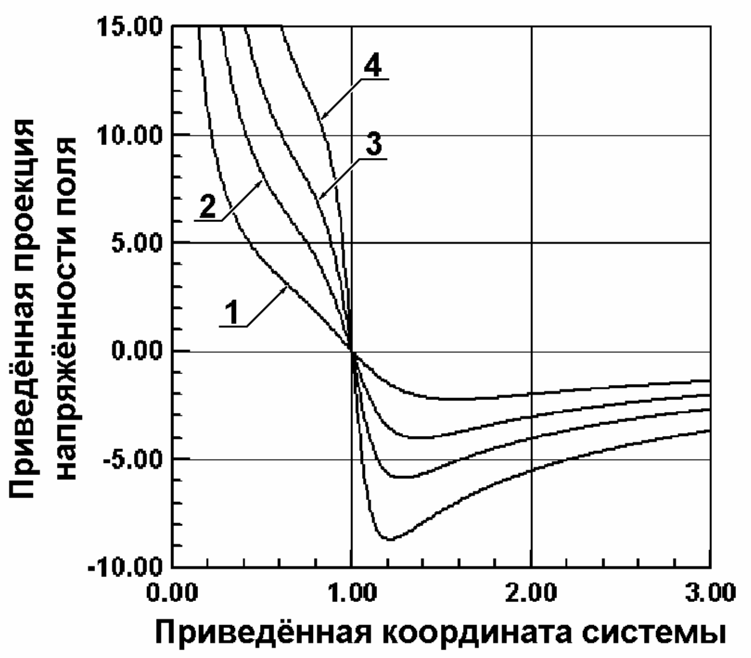

Рис. 3.3

Из чего можно сделать заключение, что с охлаждением кластера полость в нём становится всё больше, а приведённое число частиц всё меньше.

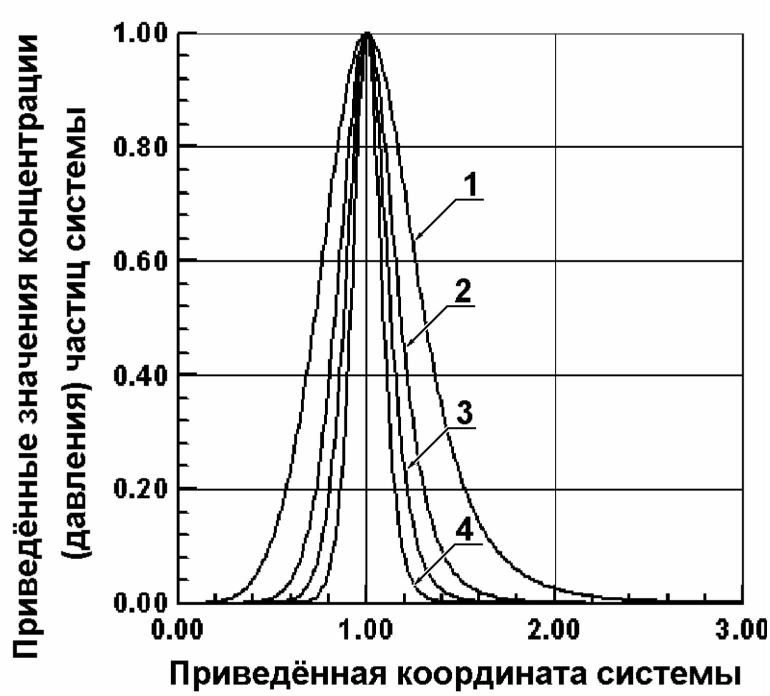

Рис. 3.4

На рис. 3.5 представлена зависимость приведённой силы Бернулли f_b / f_0 от приведённой координаты системы r / R, рас-

считанная по (3.19) для различных значений параметра β. Кривая 1 соответствует значению $\beta = 3{,}0$; кривая 2 – $\beta = 5{,}0$; кривая 3 –
$\beta = 7{,}0$; кривая 4 – $\beta = 10$.

Из рис. 3.5 видно, что она обращается в нуль в центре шара, на сфере нулевого давления поля и на внешней диффузной границе. В связи с этим у неё всегда есть два экстремума. Величина экстремума зависит от параметра β и с его ростом положительное значение в максимуме увеличивается, а отрицательное значение в минимуме – уменьшается.

Направление силы Бернулли всегда такое, чтобы противодействовать объёмной силе притяжения Ньютона, сжимающей систему к сфере нулевого давления поля $x=R$. Поскольку сила Бернулли возникает только в той области пространства, где находится удерживаемое вещество, то из рис. 3.5 видно, что для принятых значений параметра β характерные размеры системы заключены в пределах от $0{,}2R$ до $2R$.

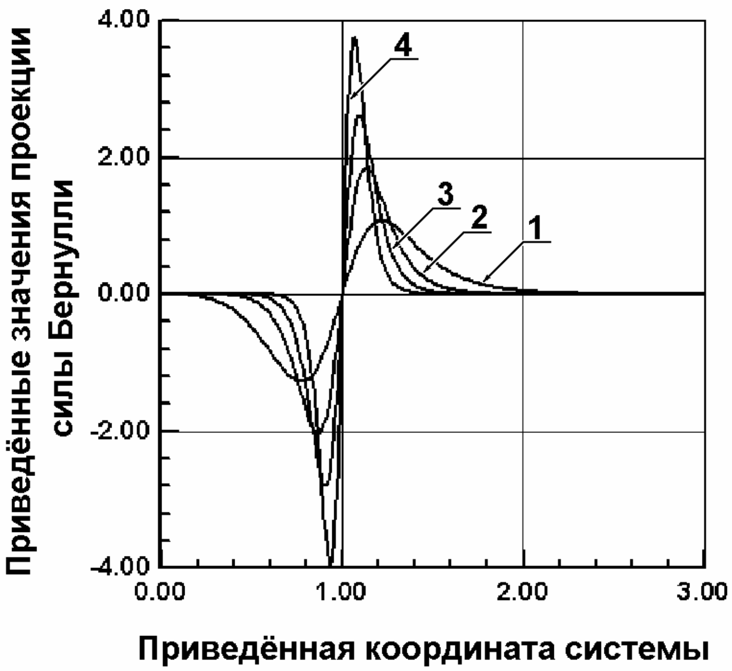

Рис. 3.5

На рис. 3.6 для тех же β представлена зависимость приведённого распределения давления поля по длине системы. Приведённое давление D/D_0, где $D_0 = g_0^2/8\pi G$ – масштаб давления, вычислялось из соотношения (3.16). Из рис. 3.6 видно, что во внутренней атмосфере с уменьшением r давление резко возрастает. Крутизна кривой сильно зависит от параметра состояния β и с его ростом увеличивается. На сфере $r=R$ она обращается в нуль. Во внешней атмосфере давление поля вначале с ростом r растёт, а затем убывает до нуля, переходя через максимум. Значение максимума возрастает с ростом параметра состояния β.

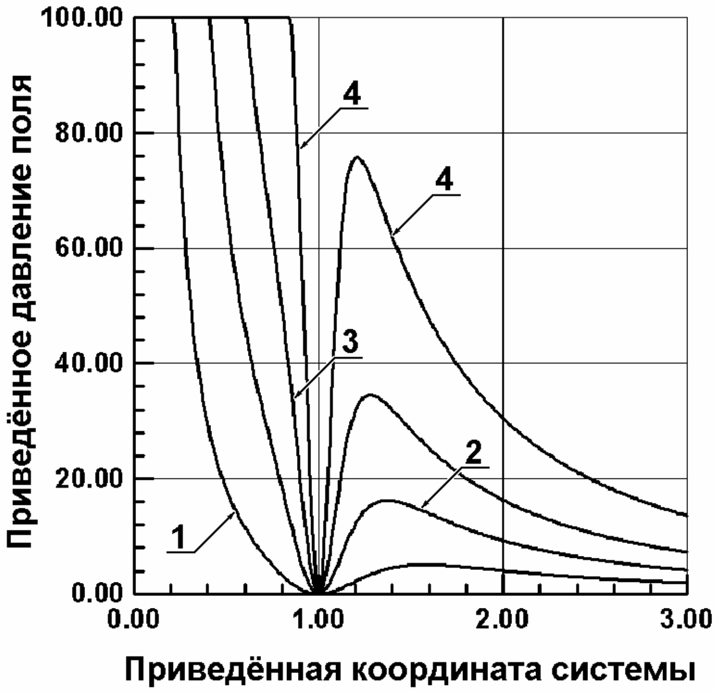

Рис. 3.6

Обсуждение результатов численного моделирования точного уравнения. Численное моделирование уравнения (3.2) проводилось с шагом 10^{-4} для полевых граничных условий $\varphi(R) = \varphi_0$, $\varphi'(R) = 0$. Для этого были выбраны специальные формулы метода Рунге – Кутта четвёртого порядка точности (см. [4. С. 707]). Поскольку в методе Рунге – Кутта шаг интегрирования положителен, то во внутренней атмосфере уравнение (3.2) введением новой функции $\eta(\xi) = y(x)$ относительно переменной $\xi = 1 - x$ преобразовывалось к виду

$$\eta'' - \frac{2}{1-\xi}\eta' + \beta^2 exp(2\eta) = 0\,. \tag{3.24}$$

Уравнение (3.24) решалось, начиная с точки с граничными условиями: $\eta' = 0$, $\eta = 0$, $\xi = 0$. При этом переменная ξ изменялась в интервале $0 \le \xi < 1$. Во внешней атмосфере ($r \ge R$) решалось непреобразованное уравнение (3.2).

При моделировании не нужно было проверять условие равенства нулю суммы градиента давлений поля и частиц. Это обстоятельство связано с тем, что при чисто радиальной зависимости равенство (3.9) может быть представлено в виде

$$\frac{4D}{r} + \frac{dD}{dr} + \frac{dp}{dr} = 0\,, \tag{3.25}$$

где D – давление поля (3.16). Если в (3.25) подставить давление поля, выраженное через производную потенциала, а давление частиц выразить через потенциал, то после сокращения на производную от потенциала мы придём к уравнению (3.1).

На рис. 3.7 представлено распределение приведённой разности потенциалов $(\varphi - \varphi_0)/\varphi_*$ по приведённой координате системы r/R для различных значений параметра $\beta > 0$.

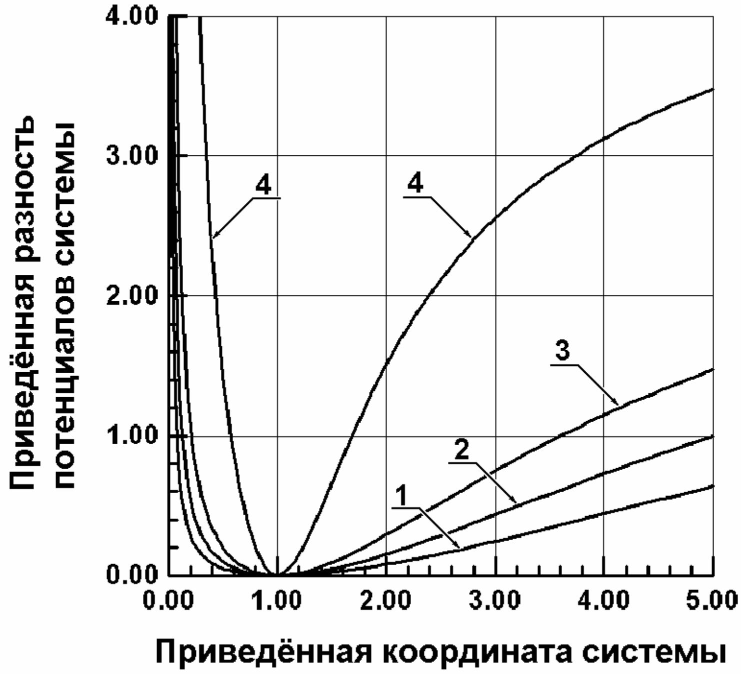

Рис. 3.7

Кривая 1 соответствует значению $\beta = 0{,}5$; кривая 2 – $\beta = 0{,}7$; кривая 3 – $\beta = 1{,}0$; кривая 4 – $\beta = 3$.

На рис. 3.8 представлено распределение приведённой радиальной проекции напряжённости поля g_r / g_0 от приведённой координаты системы r / R для различных значений параметра $\beta >$ 0. Кривая 1 соответствует значению $\beta = 0{,}5$; кривая 2 – $\beta = 0{,}7$; кривая 3 – $\beta = 1{,}0$; кривая 4 – $\beta = 3{,}0$.

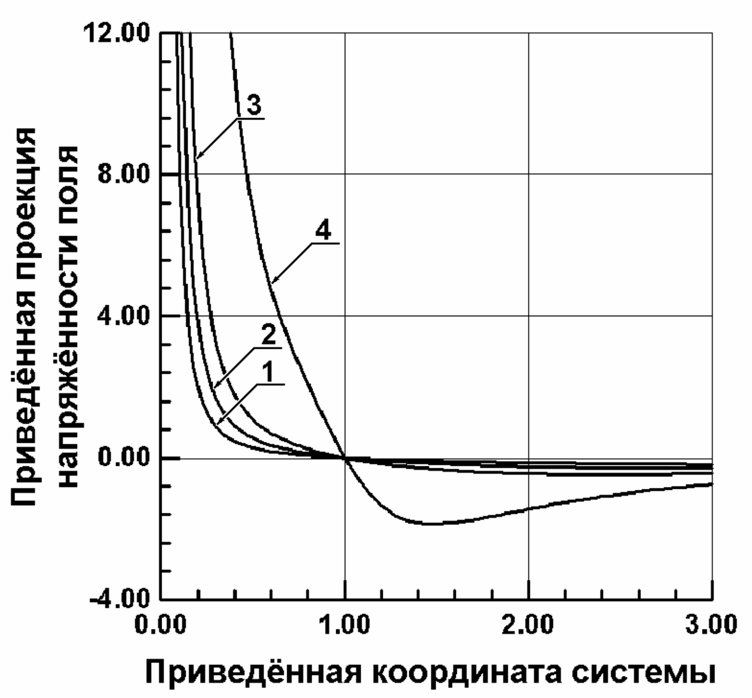

Рис. 3.8

На рис. 3.9 представлены распределения по длине системы приведённой концентрации частиц n / n_0 шарового кластера с однородной температурой для различных параметров состояния. Кривая 1 рассчитана для значения $\beta = 0{,}5$; кривая 2 – для $\beta = 0{,}7$; кривая 3 – для $\beta = 1{,}0$; кривая 4 – для $\beta = 3{,}0$. Из рис. 3.9 видно, как изменяется заполнение кластера частицами при изменении его температуры в окрестности значения $T \sim T_*$. Кривая 4 отображает существование полости, а кривые 1,2,3 указывают на тот факт, что при увеличении температуры все пространство взаимодействия кластера, в основном, заполнено частицами и их приведённое количество увеличивается.

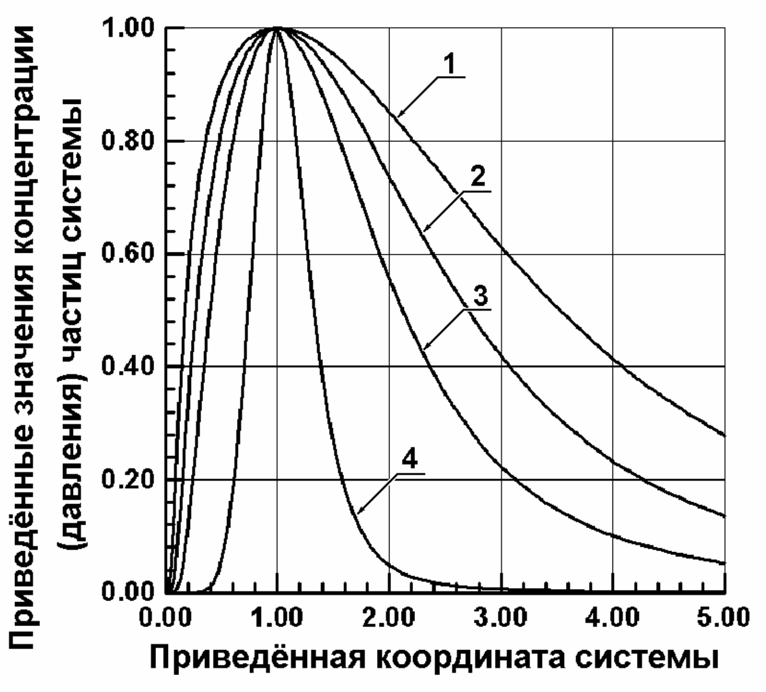

Рис. 3.9

Для всех кривых концентрация частиц в центре газового шара обращается в нуль.

На рис. 3.10 представлена зависимость приведённой силы Бернулли f_b / f_0 от приведённой координаты системы r / R для различных значений параметра β.

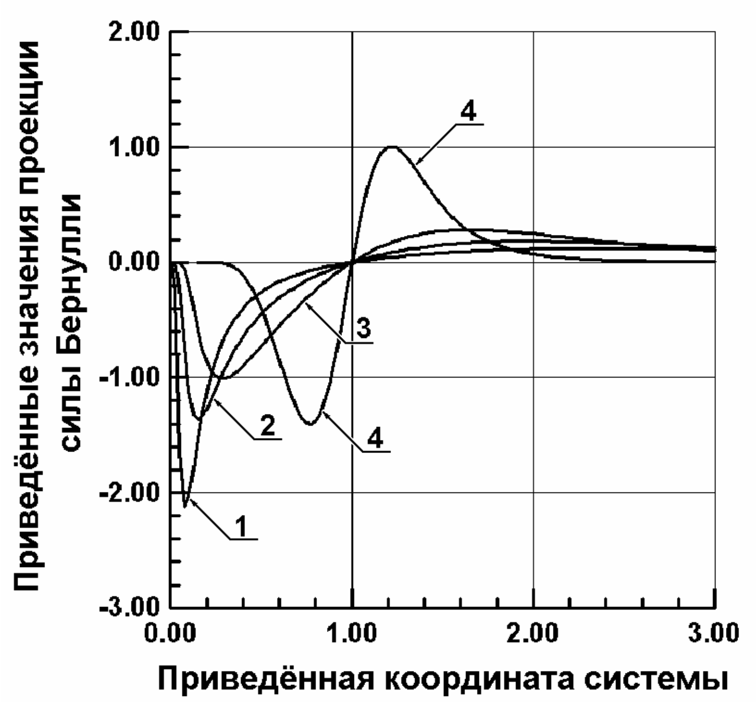

Рис. 3.10

Кривая 1 соответствует значению $\beta = 0,5$; кривая 2 – $\beta = 0,7$; кривая 3 – $\beta = 1,0$; кривая 4 – $\beta = 3,0$.

На рис. 3.11 представлена зависимость приведённого распределения давления поля по длине системы. Приведённое давление вычислялось для различных значений параметра β. Кривая 1 соответствует значению $\beta = 0,5$; кривая 2 – $\beta = 0,7$; кривая 3 –

$\beta = 1,0$; кривая 4 – $\beta = 3,0$.

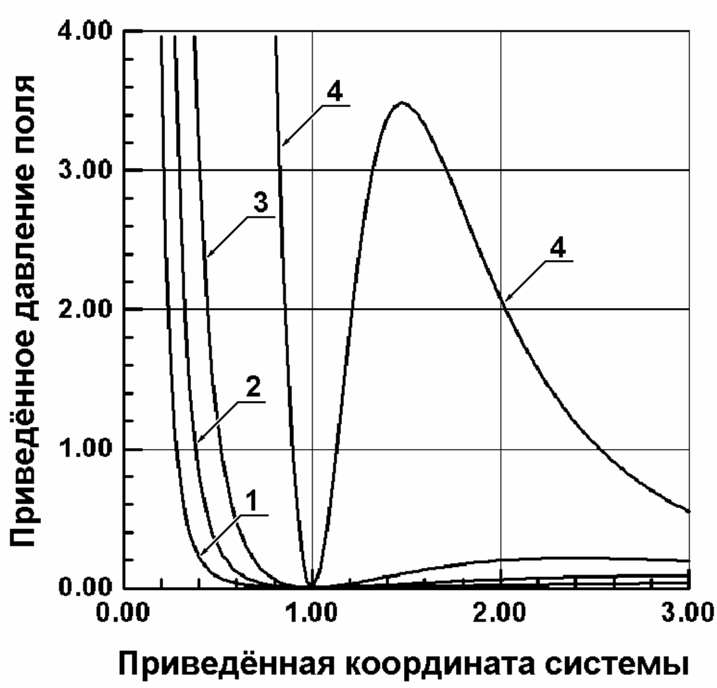

Рис. 3.11

Приводимые результаты численного моделирования в области изменения параметра β в интервале от 0,5 до 3 говорят о хорошем совпадении с результатами приближённого решения (3.13) для точек, где значения параметра β одинаковы. В то же время следует заметить, что во внутренней атмосфере все кривые зависимостей физических параметров для значений $0<\beta<3$ изменяются резче, а во внешней атмосфере плавно, по сравнению с приближённым решением, которое справедливо для $\beta > 3$.

Интегральные параметры сферического кластера, вычисленные по приближённому решению. Рассчитаем интегральные параметры сферического кластера по приближённому решению.

Число частиц кластера, связанное самосогласованным полем, получается после интегрирования

$$N = \int_0^\infty n(r) 4\pi r^2 dr = \frac{3n_0 V(1+\beta^2)}{\beta^2} \int_0^\infty dx / ch^2 A, \qquad (3.26)$$

где $V = 4\pi R^3 / 3$ – объём сферы нулевого давления поля, а значение A определено в (3.15). Заменой переменных в (3.26) интегрирование, с учётом существования интегралов:

$$J(z) = \int_0^1 \frac{t^{z-1} dt}{1+t},$$

$$I(\alpha) = \int_0^\infty \frac{exp(-\alpha t) dt}{ch^2 t} = \alpha J(\alpha/2) - 1,$$

$$J(z) = \frac{1}{2}\left[\psi\left(\frac{z+1}{2}\right) - \psi\left(\frac{z}{2}\right)\right],$$

может быть сведено к вычислению значений ψ – функции. Чтобы не нарушалась сходимость приводимых интегралов, должно выполняться условие $-2<\alpha<2$, где $\alpha = 1/\sqrt{1+\beta^2}$. Это условие выполняется для всей области изменения параметра $3 \le \beta < \infty$. Тогда число частиц можно получить из следующего соотношения:

$$N = \frac{N_0}{2\beta^2} exp(d/b)[\psi(1/2+\alpha/4) - \psi(\alpha/4) +$$

$$-\psi(1/2-\alpha/4) + \psi(1-\alpha/4)]. \qquad (3.27)$$

где $N_0 = 3n_0 V -$ масштаб числа частиц, $d = Arch\left(\frac{\sqrt{1+\beta^2}}{\beta}\right)$, $b = 1/\alpha$. При вычислении (3.27) отрицательные значения аргумента ψ – функции переводились в положительные при помощи рекуррентной формулы

$$\psi(z+1) = \psi(z) + 1/z.$$

Для использования табличных значений ψ – функции, заданных в интервале от 1 до 2 (см. [24]), пересчитаем (3.27) в указанный интервал, применяя рекуррентную формулу

$$N=\frac{N_0}{2\beta^2}exp(d/b)[\psi(3/2+\alpha/4)+\psi(2-\alpha/4)-$$

$$-\psi(1+\alpha/4)-\psi(3/2-\alpha/4)+\frac{8\alpha}{4-\alpha^2}+\frac{8(2-\alpha)}{\alpha(4-\alpha)}]. \quad (3.28)$$

Из (3.28) видно, что при $\beta\to\infty$ приведённое число частиц, удерживаемых полем, уменьшается $\frac{N}{N_0}\to+0$ по закону $\frac{N}{N_0}=\frac{2}{\beta}$.

Из (3.28) легко рассчитать массу кластера

$$M=mN. \quad (3.29)$$

Аддитивная масса кластера положительная, конечная и зависит от полного числа частиц кластера.

Энергия самосогласованного поля системы вычисляется из соотношения

$$W_f=\int_0^\infty D4\pi r^2dr=W_{0f}\int_0^\infty B^2(x)dx, \quad (3.30)$$

где $W_{0f}=\frac{2k^2T^2R}{m^2G}$ – масштаб энергии самосогласованного поля. С учетом асимптотических соотношений изменения величины $B^2(x)$ видно, что интеграл расходится на верхнем пределе.

Причины этого имеют глубокий физический смысл. Рассматриваемая система подчиняется функции Больцмана, которая получается в том случае, когда распределение Максвелла проинтегрировано по бесконечным интервалам проекций импульсов частиц системы. Поэтому, если в системе есть бесконечные значения импульсов частиц, то для её удержания требуются бесконечные значения давления поля.

В реальных системах отсутствуют частицы, импульс которых принимает бесконечные значения. В связи с этим любые реальные распределения гравитирующих частиц обязательно обрезаны по импульсу. В этом случае, у любой реальной системы возникают резкие границы. ***При вычислении интегральных характеристик гравитационных кластеров можно вводить внутренний и внешний радиусы системы и интегрировать в конечных пределах, когда интегралы расходятся.*** Это связано с тем, что в любом элементарном объёме реальной системы объемные силы действия и противодействия скомпенсированы, и отсутствие соседнего слоя не влияет на поведение оставшейся системы в целом.

Однозначную часть энергии взаимодействия гравитирующих частиц системы с самосогласованным полем (энергию связи частиц с полем) можно найти из соотношения

$$W = \frac{1}{2}\int_V (\varphi - \varphi_0)dm = \frac{1}{2}\int_V (\varphi - \varphi_0)\rho dV\,. \qquad (3.31)$$

Подставляя в (3.31) соотношения (3.13) и (3.15), придём к интегралам, вычисления которых не удаётся провести в аналитическом виде. Исследуя сходимость подынтегральной функции в особых точках, получим: при $r/R \to +0$ подынтегральное выражение стремится к нулю по закону $\sim \left(\frac{r}{R}\right)^{2\sqrt{1+\beta^2}}$; при $r/R \to +\infty$ она также стремится к нулю по закону $\sim \left(\frac{r}{R}\right)^{-2\sqrt{1+\beta^2}}$.

Это позволяет провести численное интегрирование выражения (3.31) методом прямоугольников. Шаг интегрирования выбирается таким образом, чтобы при его дальнейшем уменьшении результат оставался постоянным с точностью до 5-й значащей цифры после запятой.

На рис. 3.12 приведены результаты численного моделирования зависимости приведённого числа частиц N/N_0 (кривая 1) и приведённой энергии взаимодействия W/W_0 (кривая 2) как функций от β. $W_0 = 8\pi p_0 R^3$ – масштаб энергии взаимодействия. Параметр состояния β изменялся с шагом 0,12 в диапазоне от 3 до 15. Из них видно, что приведённое число частиц N/N_0 и приведённая энергия взаимодействия W/W_0 уменьшаются с ростом β. При этом приведённое число частиц N/N_0 при больших β уменьшается как $2/\beta$.

Для удобства проведения оценок в табл. 3.1 сведены вычисленные значения N / N_0 и W / W_0 как функций от β, по которым строились графики, представленные на рис. 3.12.

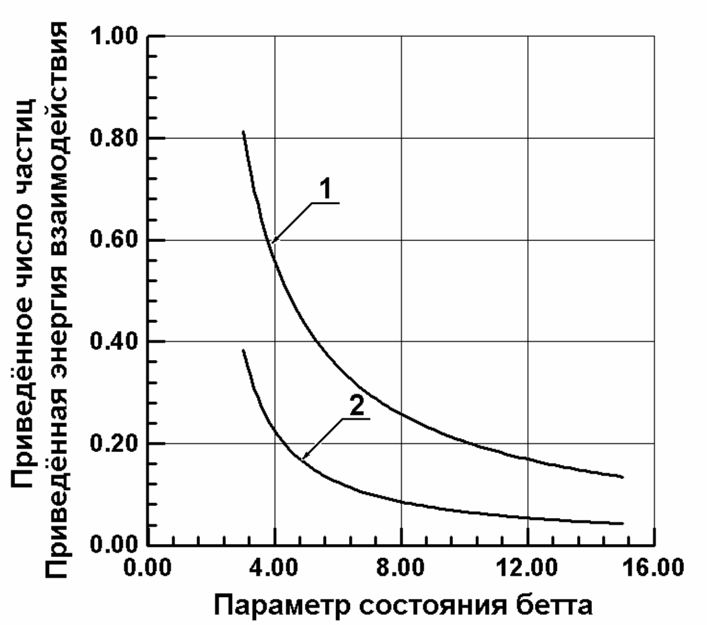

Рис. 3.12

Таблица 3.1

β	W/W_0	N/N_0
3,000	0,383	0,812
3,120	0,355	0,770
3,240	0,330	0,733
3,360	0,308	0,698
3,480	0,289	0,667
3,600	0,271	0,639
3,720	0,256	0,613
3,840	0,242	0,590
3,960	0,230	0,568
4,080	0,219	0,547
4,200	0,209	0,529
4,320	0,199	0,511
4,440	0,191	0,495
4,560	0,183	0,479
4,680	0,176	0,465
4,800	0,169	0,452

Продолжение табл. 3.1

β	W/W_0	N/N_0
4,920	0,163	0,439
5,040	0,157	0,427
5,160	0,152	0,416
5,280	0,147	0,405
5,400	0,143	0,395
5,520	0,138	0,385
5,640	0,134	0,376
5,760	0,130	0,367
5,880	0,127	0,359
6,000	0,123	0,351
6,120	0,120	0,344
6,240	0,117	0,336
6,360	0,114	0,329
6,480	0,111	0,323
6,600	0,109	0,316
6,720	0,106	0,310
6,840	0,104	0,304
6,960	0,102	0,299
7,080	0,099	0,293
7,200	0,097	0,288
7,320	0,095	0,283
7,440	0,093	0,278
7,560	0,092	0,273
7,680	0,090	0,269
7,800	0,088	0,265
7,920	0,087	0,260
8,040	0,085	0,256
8,160	0,083	0,252
8,280	0,082	0,248
8,400	0,081	0,245
8,520	0,079	0,241
8,640	0,078	0,237
8,760	0,077	0,234

Продолжение табл. 3.1

β	W/W_0	N/N_0
8,880	0,075	0,231
9,000	0,074	0,227
9,120	0,073	0,224
9,240	0,072	0,221
9,360	0,071	0,218
9,480	0,070	0,215
9,600	0,069	0,213
9,720	0,068	0,210
9,840	0,067	0,207
9,960	0,066	0,205
10,080	0,065	0,202
10,200	0,064	0,200
10,320	0,064	0,197
10,440	0,063	0,195
10,560	0,062	0,193
10,680	0,061	0,190
10,800	0,060	0,188
10,920	0,060	0,186
11,040	0,059	0,184
11,160	0,058	0,182
11,280	0,058	0,180
11,400	0,057	0,178
11,520	0,056	0,176
11,640	0,056	0,174
11,760	0,055	0,172
11,880	0,054	0,171
12,000	0,054	0,169
12,120	0,053	0,167
12,240	0,053	0,165
12,360	0,052	0,164
12,480	0,051	0,162
12,600	0,051	0,161
12,720	0,050	0,159

Окончание табл. 3.1

β	W/W_0	N/N_0
12,960	0,049	0,156
12,840	0,050	0,158
13,080	0,049	0,155
13,200	0,048	0,153
13,320	0,048	0,152
13,440	0,047	0,150
13,560	0,047	0,149
13,680	0,047	0,148
13,800	0,046	0,146
13,920	0,046	0,145
14,040	0,045	0,144
14,160	0,045	0,143
14,280	0,045	0,141
14,400	0,044	0,140
14,520	0,044	0,139
14,640	0,043	0,138
14,760	0,043	0,137
14,880	0,043	0,136
15,000	0,042	0,134

Оценки параметров сферических гравитационных кластеров. Приведём оценки основных физических параметров гравитационных кластеров для газов, перечисленных в табл. 2.1, кислорода, водяного пара и газа нейтронов.

Полый газовый шар из кислорода

Физические параметры газового скопления из кислорода для концентрации 10^{25} (м$^{-3}$) при температуре 300 К для параметра состояния β = 3. Давление частиц на дне ямы p_0=4,14·10^4 Па. Плотность газа на дне ямы ρ_0=5,32·10^{-1}кг/м^3. Радиус сферы нулевого давления поля R=3l=5,6·10^7м. Радиус полости (обрываем распределение концентрации в точке $n = 0{,}01n_0$) r_1=0,24R =

$= 1{,}3\cdot10^7$м. Внешний радиус системы r_2=2,24R = $1{,}25\cdot10^8$м. Масштаб потенциала $\varphi_*=1{,}6\cdot10^5$м^2/с^2. Масштаб напряжённости поля $g_0=2{,}8\cdot10^{-3}$ м/с^2. Масштаб силы Бернулли $f_m=1{,}5\cdot10^{-3}$ н/м^3.

Интегральные параметры исследуемого кластера. Число частиц $N=1{,}8\cdot10^{49}$. Удерживаемая масса $M=9{,}6\cdot10^{23}$ кг немного превышает массу Луны. Масштаб энергии самосогласованного поля $W_{0f}=1{,}0\cdot10^{28}$ Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем $W_0=1{,}8\cdot10^{29}$ Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем $W=7{,}0\cdot10^{28}$ Дж.

Для параметра состояния β = 10. Радиус сферы нулевого давления поля $R=10l=1{,}86\cdot10^8$м. Радиус полости $r_1=0{,}73R$ = $=1{,}36\cdot10^8$м. Внешний радиус системы $r_2=1{,}33R$ = $2{,}5\cdot10^8$м.

Интегральные параметры для этого состояния. Число частиц $N=1{,}62\cdot10^{50}$. Удерживаемая масса $M=8{,}6\cdot10^{24}$ кг. Масштаб энергии самосогласованного поля $W_{0f}=3{,}35\cdot10^{28}$ Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем $W_0=6{,}7\cdot10^{30}$ Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем $W=4{,}3\cdot10^{29}$ Дж.

Полый газовый шар из паров воды

Физические параметры газового скопления из водяного пара для той же концентрации и температуры для параметра состояния β = 3. Давление частиц на дне ямы такое же, $p_0=4{,}14\cdot10^4$ Па. Плотность газа на дне ямы $\rho_0=3{,}0\cdot10^{-1}$кг/м^3. Радиус сферы нулевого давления поля $R=3l=1{,}0\cdot10^8$м. Радиус полости (обрываем распределение концентрации в точке $n = 0{,}01n_0$) $r_1=0{,}24R$ = $=2{,}4\cdot10^7$м. Внешний радиус системы $r_2=2{,}24R$ = $2{,}24\cdot10^8$м. Масштаб потенциала $\varphi_*=2{,}76\cdot10^5$м^2/с^2. Масштаб напряжённости поля $g_0=2{,}76\cdot10^{-3}$ м/с^2. Масштаб силы Бернулли $f_m=0{,}83\cdot10^{-3}$ н/м^3.

Интегральные параметры исследуемого кластера. Число частиц $N=1{,}0\cdot10^{50}$. Удерживаемая масса $M=3{,}0\cdot10^{24}$ кг, что превышает массу Земли. Масштаб энергии самосогласованного поля $W_{0f}=5{,}7\cdot10^{28}$ Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем $W_0=1{,}04\cdot10^{30}$ Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем $W=4{,}0\cdot10^{29}$ Дж.

Для параметра состояния β = 10. Радиус сферы нулевого давления поля R=10l=3,32·10^{8}м. Радиус полости r_1=0,73R = = 2,42·10^{8}м. Внешний радиус системы r_2=1,33R = 4,41·10^{8}м.

Интегральные параметры для этого состояния. Число частиц N=9,3·10^{50}. Удерживаемая масса M=2,8·10^{25} кг. Масштаб энергии самосогласованного поля W_{0f}=1,9·10^{29} Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем W_0=3,8·10^{31} Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем W=2,5·10^{30} Дж.

Полый газовый шар из нейтронов

Физические параметры газового скопления из нейтронов для концентрации 10^{25} (м$^{-3}$) при температуре 300 К для параметра состояния β = 3. Давление частиц на дне ямы p_0=4,14·10^4 Па. Плотность газа на дне ямы ρ_0=1,67·10^{-2}кг/м^3. Радиус сферы нулевого давления поля R=3l=1,8·10^{9}м. Радиус полости (обрываем распределение концентрации в точке $n = 0{,}01n_0$) r_1=0,24R = = 0,43·10^{9}м. Внешний радиус системы r_2=2,24R = 4,0·10^{9}м. Масштаб потенциала φ_*=4,94·10^{6}м^2/с^2. Масштаб напряжённости поля g_0=2,74·10^{-3} м/с^2. Масштаб силы Бернулли f_m=4,6·10^{-5} н/м^3.

Интегральные параметры исследуемого кластера. Число частиц N=5,9·10^{53}. Удерживаемая масса M=9,9·10^{26} кг уже на три порядка превышает массу Земли. Масштаб энергии самосогласованного поля W_{0f}=3,3·10^{32} Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем W_0=6,06·10^{33} Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем W=2,32·10^{33} Дж.

Для параметра состояния β = 10. Радиус сферы нулевого давления поля R=10l=5,93·10^{9}м. Радиус полости r_1=0,73R = = 4,33·10^{9}м. Внешний радиус системы r_2=1,33R = 7,89·10^{9}м.

Интегральные параметры для этого состояния. Число частиц N=5,3·10^{54}. Удерживаемая масса M=8,9·10^{27} кг уже на четыре порядка превышает массу Земли. Масштаб энергии самосогласованного поля W_{0f}=1,08·10^{33} Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем W_0=2,2·10^{35} Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем W=1,43·10^{34} Дж.

Полый нейтронный пузырь с ядерной плотностью и высокой температурой (ближний порядок отсутствует)

Физические параметры пузыря из нейтронов для концентрации 10^{44} ($м^{-3}$) при температуре 10^{10} К (взяты характерные параметры нейтронной звезды [25]) для параметра состояния $\beta = 3$. Давление частиц на дне ямы p_0=1,38·10^{31} Па. Плотность газа на дне ямы ρ_0=1,67·10^{17}кг/$м^3$. Радиус сферы нулевого давления поля R=3l=3,24·10^3м. Радиус полости (обрываем распределение концентрации в точке $n = 0{,}01 n_0$) r_1=0,24R = 0,78·10^3м. Внешний радиус системы r_2=2,24R=7,26·10^3м. Масштаб потенциала φ_*=1,65·$10^{14}$$м^2$/$с^2$. Масштаб напряжённости поля g_0=5,1·10^{10} м/$с^2$. Масштаб силы Бернулли f_m=8,54·10^{27} н/$м^3$.

Интегральные параметры исследуемого кластера. Число частиц N=3,47·$10^{55.}$ Удерживаемая масса M=5,81·10^{28} кг на два порядка меньше массы Солнца. Масштаб энергии самосогласованного поля W_{0f}=6,61·10^{41} Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем W_0=1,18·10^{43} Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем W=4,52·10^{42} Дж.

Для параметра состояния $\beta = 10$. Радиус сферы нулевого давления поля R=10l=1,08·10^4м. Радиус полости r_1=0,73R = = 0,78·10^4м. Внешний радиус системы r_2=1,33R = 1,44·10^4м.

Интегральные параметры для этого состояния. Число частиц N=3,2·10^{56}. Удерживаемая масса M=5,36·10^{29} кг всего в три раза меньше массы Солнца. Масштаб энергии самосогласованного поля W_{0f}=2,2·10^{42} Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем W_0=4,37·10^{44} Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем W=2,84·10^{43} Дж.

Следует заметить, что горячие нейтронные кластеры сильно излучают. Теория построена в приближении постоянной температуры. К проведённым оценкам следует относиться осторожно, как к оценкам фиксированного состояния кластера в данный момент времени. Следующая оценка относится к охлаждённым нейтронным кластерам.

Полый нейтронный пузырь с малой плотностью и невысокой температурой (ближний порядок проявляется)

Предположим, что в нейтронной материи при низких температурах проявляется ближний порядок, то есть возникает кластеризация частиц. Предположим, что один кластер содержит 10^6 нейтронов. Рассчитаем физические параметры такого пузыря из нейтронов для концентрации $1{,}19\cdot10^{25}$ ($м^{-3}$) при температуре 10^4 К для параметра состояния $\beta = 3$. Давление частиц на дне ямы p_0=1,64·10^6 Па. Плотность газа на дне ямы ρ_0=2,0·10^4кг/м^3. Радиус сферы нулевого давления поля R=3l=9,4·10^3м. Радиус полости (обрываем распределение концентрации в точке $n = 0{,}01n_0$) r_1=0,24R = 2,25·10^3м. Внешний радиус системы r_2=2,24R = = 2,1·10^4м. Масштаб потенциала φ_*=1,65·10^2м^2/с^2. Масштаб напряжённости поля g_0=1,75·10^{-2} м/с^2. Масштаб силы Бернулли f_m=3,5·10^2 н/м^3.

Интегральные параметры исследуемого кластера. Число частиц N=1,0·10^{38}. Удерживаемая масса M=1,67·10^{17} кг на тринадцать порядков меньше массы Солнца. На наш взгляд, такие «лёгкие» нейтронные пузыри оставили свой след на поверхности Луны, образуя после падения кратеры (см. следующий параграф), в которых есть внешний выплавленный в виде кольца валик вещества и гладкая нетронутая текстура поверхности внутри валика.

Сравнительный анализ приведённых оценок указывает на то, что с ростом параметра состояния β гравитационных кластеров при прочих равных условиях уменьшается толщина слоя, занятого частицами, но растут их физические параметры: число частиц, геометрические размеры и накопленная ими энергия. Это связано с тем, что в холодных кластерах масштаб числа частиц N_0 растёт пропорционально β^3 и определяет соответствующее увеличение остальных параметров.

Из оценок также видно, что чем меньше масса гравитирующей частицы, тем больше аддитивная масса газового шара.

ВЫВОДЫ

- **Потенциал самосогласованного поля, удерживающего частицы системы, в сферической симметрии представляет собой двухпараметрическое семейство потенциальных ям с бесконечными стенками.**
- **Два параметра, от которых зависит семейство кривых потенциала, представляют собой потенциал на дне ямы и параметр состояния системы, который с одной стороны связывает радиус сферы нулевого давления поля с пространственным масштабом системы, а с другой стороны – температуру системы с характеристической.**
- **Сферическая система существенна неоднородна. В ней всегда устанавливается такое распределение, при котором поле выдавливает частицы на дно потенциальной ямы, создавая там области с высокой концентрацией.**
- **В сферической симметрии сила Бернулли (объёмная плотность сил) в произвольной сфере системы совпадает по направлению и равна по величине градиенту давления самосогласованного поля.**
- **Самосогласованное поле образованной сферической ловушки играет двоякую роль: с одной стороны, поле создает градиент давления в веществе, сонаправленный с вектором его напряженности. А с другой стороны, это же поле создает объёмную плотность сил, компенсирующую возникающий градиент.**
- **Каждый элементарный объем системы, рассматриваемой как элемент сплошной среды, находится в равновесии под действием двух сил: объемной плотности сил ньютоновского притяжения и объёмной плотности сил расталкивания Бернулли.**
- **Уравнение для потенциала, полученное в сферической симметрии, удаётся проинтегрировать для полевых граничных условий только в случае холодного кластера (температура кластера ниже характеристической).**
- **Полученное приближённое решение позволяет рассчитать все гравистатические характеристики кластера: распределения потенциала, напряжённости, концентра-**

ции, давление поля по длине системы и выяснить поведение системы в особых точках.

- **При больших значениях параметра состояния внутри холодного кластера образуется полость, в которой вещество практически отсутствует.**
- **Численное моделирование точного уравнения с полевыми граничными условиями указывает на то, что для любых значений параметра состояния концентрация частиц в центре газового шара обращается в нуль.**
- **Интегральный параметр массы гравитационного кластера указывает на положительность и конечность аддитивной массы, удерживаемой полевой ловушкой.**
- **Энергия взаимодействия частиц системы с самосогласованным полем (энергия связи частиц с полем) определена с точностью до постоянной величины. Удаётся вычислить однозначную часть энергии взаимодействия.**
- **Приводимые оценки, выполненные для различных газов, указывают на то, что при прочих равных условиях с ростом параметра состояния толщина удерживаемого слоя уменьшается, а массовые и энергетические физические параметры системы увеличиваются.**
- **Оценки показывают, что при прочих равных условиях удерживаемая полем аддитивная масса будет больше у тех систем, которые состоят из гравитирующих частиц с меньшей массой.**

§ 4. Сферически симметричные полевые ловушки второго рода

Сферические полевые ловушки, исследованные в §3, следует отнести к полевым ловушкам первого рода. Существуют сферически симметричные полевые ловушки второго рода. В них отсутствует сфера нулевого давления поля, у них другое распределение физических параметров, и другие пространственные масштабы физических величин. Распределение потенциала в них описывается точным решением уравнения (5.2), которое было угадано Эмденом [1]. Поскольку уравнение было записано Эмденом для плотности вещества, то это решение им было отброшено, как нефизическое, в виду того, что в некоторой области пространства плотность вещества становилась отрицательной, а в центре шара оно не имело максимума.

Я.И. Френкель в [3] также отказался от этого решения уравнения для потенциала, полагая, что оно описывает конфигурацию такой системы, которой не возможно дать простую физическую интерпретацию.

Это решение для обозначений, принятых в §3, имеет вид

$$y(x) = -ln(\beta x). \tag{4.1}$$

Переходя к потенциалу, получим однопараметрический закон распределения $\varphi(r)$

$$\frac{\varphi}{\varphi_*} = \frac{\varphi_0}{\varphi_*} + ln\left(\frac{r}{l}\right), \tag{4.2}$$

где $\varphi_* = 2kT/m$ – масштаб потенциала, l – пространственный масштаб (2.7), а φ_0 – параметр распределения.

Как видно из (4.2) разность потенциалов и эквивалентная ей потенциальная энергия системы имеют два знака. Они отрицательны для вещества, находящегося в области $r/l < 1$, и положительны – в области $r/l \geq 1$. Распределение потенциала имеет две особые точки $r = 0$ и $r = \infty$.

Выражение (4.2) позволяет получить в аналитическом виде основные гравистатические и кинетические характеристики кластера второго рода. Проекция r-й компоненты напряженности самосогласованного поля находится из (4.2) и имеет вид

$$\frac{g_r}{g_0} = -\frac{l}{r}, \tag{4.3}$$

где $g_0 = \dfrac{2kT}{ml}$ – новый масштаб напряжённости поля. Как видно из (4.3), напряжённость самосогласованного поля ловушки всегда направлена к центру системы и имеет особенность вида $\sim r^{-1}$ в нуле. Напряжённость поля обращается в нуль только в ∞ и ни в какой другой точке внутри кластера. В связи с этим внутри кластера отсутствует сфера нулевого давления поля.

Система в пространстве не ограничена. Плотность, концентрация и давление частиц имеют распределение с особенностью $\sim r^{-2}$ в нуле

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{n}{n_0} = \frac{p}{p_0} = \frac{l^2}{r^2}. \tag{4.4}$$

Как видно из (4.4), поле выдавливает частицы в бесконечно глубокую щель, образованную потенциальной энергией системы. Заметим, что такие щели потенциальной энергии, расположенные на конечном расстоянии от центра системы, часто встречаются в сферически симметричном случае при обосновании гипотезы удержания одноимённых зарядов самосогласованным полем [6].

Вещество кластера исчезает только на бесконечно большом расстоянии от центра системы. Это указывает на принципиальное отличие состояний второго рода от состояний, исследованных ранее. *В этих полевых ловушках концентрация вещества всегда убывающая функция увеличивающегося радиуса.*

Давление поля имеет особенность $\sim r^{-2}$ в нуле

$$\frac{D}{D_0} = \frac{l^2}{r^2}, \tag{4.5}$$

где $D_0 = g_0^2/(8\pi G)$ – новый масштаб давления поля.

Полное давление системы уже не является интегралом уравнения, поскольку оно изменяется по закону

$$P = D + p = p_0 l^2 / r^2 \neq const. \tag{4.6}$$

Градиент давления частиц всегда направлен по напряжённости самосогласованного поля системы

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{2p_0 l^2}{r^3}. \qquad (4.7)$$

Радиальная компонента градиента давления самосогласованного поля (компенсирующая сила Бернулли) имеет вид

$$G_{gr} = \frac{g_r}{4\pi G}\frac{1}{r^2}\left[\frac{d}{dr}\left(r^2 g_r\right)\right] = \frac{\varphi_*^2}{4\pi G r^3}. \qquad (4.8)$$

Из (4.7) и (4.8) следует выполнение условия удержания вещества в полевой ловушке во всех точках, кроме особой, при $r = 0$:

$$G_{gr} + \frac{dp}{dr} = 0. \qquad (4.9)$$

Условие удержания вещества выполнено для произвольного элементарного объёма системы. В связи с чем силы, удерживающие любой элементарный объём вещества, равны и противоположны друг другу. Поэтому систему, занимающую бесконечный объём, можно искусственно ограничить, выбрав внутренний радиус системы R_1, внутри которого вещество отсутствует (радиус полости) и внешний радиус системы, за которым вещество также отсутствует, – R_2.

Интегральные параметры полевой ловушки второго рода. Рассчитаем полное число частиц, удерживаемое системой

$$N = \int_{R_1}^{R_2} n(r) 4\pi r^2 dr = \frac{2kTd}{Gm^2}, \qquad (4.10)$$

где $d = R_2 - R_1$ – толщина слоя, занятого веществом. Из (4.10) видно, что чем меньше масса гравитирующей частицы, тем больше полное число частиц, удерживаемое полем кластера.

Масса кластера получается из (4.10):

$$M = mN = \frac{2kTd}{mG}. \qquad (4.11)$$

Из (4.10) следует, что при прочих равных условиях масса кластера растёт с ростом температуры, толщины слоя и оказывается тем больше, чем меньше масса гравитирующей частицы. Равенство (4.11) подтверждает правильный качественный характер поведения интегральных численных оценок, полученных в предыдущем параграфе.

Энергия самосогласованного поля в слое, занятом частицами, конечна и находится из соотношения

$$W_f = \int\limits_{R_1}^{R_2} D4\pi r^2 dr = \frac{2d}{G}\left(\frac{kT}{m}\right)^2 = NkT\,. \qquad (4.12)$$

Её значение, с точностью до постоянной величины, определяется тепловой энергией частиц всего кластера.

Однозначную часть энергии взаимодействия частиц с полем в конечном слое системы находим после интегрирования

$$W = \frac{1}{2}\int\limits_{R_1}^{R_2}(\varphi - \varphi_0)\rho 4\pi r^2 dr = W_0\, ln\left[\left(\frac{R_2}{el}\right)^{R_2/l}\left(\frac{el}{R_1}\right)^{R_1/l}\right], \qquad (4.13)$$

где $W_0 = 2\pi\rho_0\varphi_* l^3$ – масштаб энергии связи. Как видно из (4.13) она может принимать только положительные значения.

Оценки параметров сферических гравитационных кластеров второго рода. Приведём физические параметры газового скопления из кислорода для тех же значений концентрации на сфере $\varphi = \varphi_0$ – $n_0=10^{25}$ (м$^{-3}$) и температуры 300 К, взятых для параметра состояния β = 3. Давление частиц на сфере $\varphi = \varphi_0$ – $p_0=4{,}14\cdot10^4$ Па. Плотность газа на этой же сфере $\rho_0=5{,}32\cdot10^{-1}$кг/м^3. Радиус полости (сохраняем прежнее значение) $R_1= 1{,}3\cdot10^7$м. Внешний радиус системы (сохраняем прежнее значение) $R_2= 1{,}25\cdot10^8$м. Масштаб потенциала $\varphi_*=1{,}6\cdot10^5$м^2/с^2. Масштаб напряжённости поля $g_0=0{,}86\cdot10^{-2}$ м/с^2. Масштаб силы Бернулли $f_m=4{,}58\cdot10^{-3}$ н/м^3.

Интегральные параметры исследуемого кластера. Число частиц $N=4{,}9\cdot10^{48}$. Удерживаемая масса $M=2{,}61\cdot10^{23}$ кг немного меньше, чем в полевой ловушке первого рода. Энергия самосогласованного поля $W_f=2{,}03\cdot10^{28}$ Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем $W_0=3{,}23\cdot10^{27}$ Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем $W=7{,}13W_0=2{,}3\cdot10^{28}$ Дж.

Как видно из оценки физические параметры системы второго рода совпадают по порядку величин для оценок, приведённых в предыдущем параграфе. Точного совпадения не достигается по двум причинам: приближённости решения, полученного ранее, и того факта, что новые соотношения описывают другое состояние гравитационных кластеров. Соотношения (4.2) – (4.13) развивают подход, реализованный ранее. Его достоинство заключается в том, что все интегральные параметры гравитационных кластеров второго рода конечны при конечных значениях геометрических размеров системы.

ВЫВОДЫ

- **Показано существование сферически симметричных полевых ловушек второго рода, удерживающих гравитирующие частицы.**
- **Полевые ловушки второго рода описываются точным решением уравнения Эмдена, записанного для потенциала.**
- **В сферически симметричной системе второго рода практически все физические параметры имеют особую точку при $r \to 0$.**
- **Фундаментальный закон сохранения полного давления не существует в такой системе.**
- **Поле выдавливает огромное количество частиц в бесконечно глубокую щель, образованную потенциальной энергией системы.**
- **В полевых ловушках второго рода плотность, давление и концентрация частиц всегда убывающие функции увеличивающегося радиуса.**
- **Условие удержания вещества в полевой ловушке выполнено во всех точках, кроме особой, $r = 0$**
- **Интегральные параметры системы: число частиц, масса кластера, энергия поля и энергия взаимодействия частиц с полем оказываются конечными, если конечны геометрические размеры кластера.**
- **Масса кластера существенно зависит от массы гравитирующей частицы. Чем меньше масса частицы, тем больше масса кластера.**
- **Энергия самосогласованного поля ловушки второго рода, с точностью до постоянной величины, совпадает с тепловой энергией частиц всего кластера.**

- **Однозначная часть энергии взаимодействия частиц с полем всегда положительна.**
- **Оценки физических параметров системы второго рода совпадают по порядку величин с оценками порядков величин, приведённых в предыдущем параграфе.**

§ 5. О происхождении некоторого класса кратеров на поверхности Луны

На поверхности Луны можно выделить кратеры определённой формы. Они отличаются от других тем, что в них есть внешний выплавленный в виде кольца валик вещества и гладкая нетронутая текстура поверхности внутри валика. Они хорошо видны на освещённой части лунной поверхности. На рис. 5.1 приводится несколько таких кратеров. Снимок взят из компьютерной заставки, имеющей название «Сияние».

Рис. 5.1

Самосогласованная теория гравитации позволяет выдвинуть гипотезу о том, что такой след на поверхности Луны может оставить падающий на неё из космоса гравитационный кластер, внутри которого была полость. Для доказательства этой гипотезы необходимо решить задачу неупругого падения гравитационного кластера на плоскую поверхность. Решение этой задачи сводится к нахождению вида функции поверхностного распределения частиц, налетающих на поверхность.

Покажем, что функция распределения частиц, налетающих на поверхность, имеет такой вид, в котором, при определённых условиях, наибольшее выделение энергии происходит во внешнем, тонком слое, прилегающем к радиусу полой сферы.

Функция распределения налетающих частиц. Получим радиальное распределение частиц кластера перед ударом о плоскую поверхность. Расчеты проведем при следующих упрощающих предположениях: распределение концентрации частиц в объеме полого кластера однородное; во время движения выполняется закон сохранения числа частиц; направление движения кластера перед ударом перпендикулярно плоскости падения.

Тогда преобразование концентрации частиц n в поверхностную плотность σ найдем из следующих соображений. В центре верхней половины полого шара с радиусами $r_2 > r_1$ расположим начало координат с ориентацией: оси x, y лежат в экваториальной плоскости, а ось z перпендикулярна ей. Координаты точек, лежащих на сферах верхней половины, удовлетворяют уравнениям $x^2 + y^2 + z^2 = r_1^2$, $x^2 + y^2 + z^2 = r_2^2$. Координаты точек радиус-вектора ρ, лежащего в экваториальной плоскости, связаны между собой соотношением $x^2 + y^2 = \rho^2$. Используя приведенные соотношения, найдем границы изменения координаты z при условии, что $\rho < r_1$: $z_1 = \sqrt{r_1^2 - \rho^2}$, $z_2 = \sqrt{r_2^2 - \rho^2}$.

Из рис. 5.2 видно, что в области нахождения частиц элементарный объем dV, вырезаемый цилиндрической трубкой радиусом ρ и толщиной $d\rho$, связан с элементарной площадью поверхности $dS = 2\pi\rho d\rho$, на которую налетает кластер, соотношением

$$dV = \left(\sqrt{r_2^2 - \rho^2} - \sqrt{r_1^2 - \rho^2}\right)dS . \tag{5.1}$$

В (5.1) учтено, что распределение частиц в цилиндрической трубке не зависит от угла φ.

Из закона сохранения числа частиц следует, что элементарное число частиц, находящихся в dV, после удара равно их количеству на dS: $ndV=\sigma(\rho)dS$, откуда первая часть искомой функции распределения имеет вид

$$\sigma(\rho) = 2n\left(\sqrt{r_2^2 - \rho^2} - \sqrt{r_1^2 - \rho^2}\right). \tag{5.2}$$

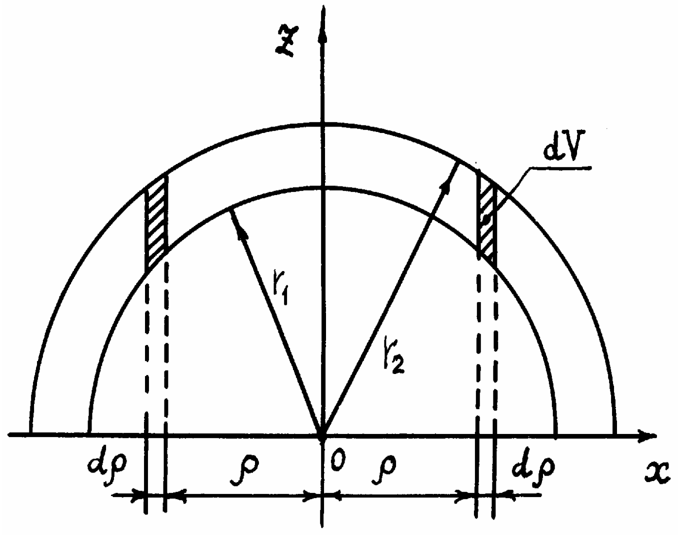

Рис. 5.2

В (5.2) учтены частицы, находящиеся в нижней половине шара.

Разделим (5.2) на минимальное значение в центре $\sigma(0) = 2n(r_2 - r_1)$ и введем безразмерные величины $\eta = r_1 / r_2$ и $\chi = \rho / r_1$. Тогда нормированная функция распределения первой области имеет вид

$$\sigma_n = \sigma(\rho) / \sigma(0) = \frac{\sqrt{1-\eta^2\chi^2} - \eta\sqrt{1-\chi^2}}{1-\eta} \text{ при } 0 \le \chi \le 1. \quad (5.3)$$

Вторая область функции распределения находится в интервале $r_1 \le \rho \le r_2$. Аналогичные вычисления для этой области дают

$$\sigma_n = \sqrt{1-\eta^2\chi^2} \,/\, (1-\eta) \text{ при } 1 \le \chi \le 1/\eta. \quad (5.4)$$

Построенные из соотношений (5.3) и (5.4) распределения поверхностной плотности частиц, налетающего на поверхность полого кластера, представлены на рис. 5.3 в определённом диапазоне значений. Кривая 1 построена для η=0,8, кривая 2 – для η=0,84, а кривая 3 – для η=0,88. Из рис. 5.3 видно, что поверхностная плотность налетающих частиц имеет большую радиальную неоднородность в области χ~1 (то есть, в области, прилегающей к радиусу полости). Функция распределения в нуле равна единице. Ее наибольшее значение σ_η приходится на радиус r_1, а в нуль она обращается на радиусе r_2.

Физический параметр σ_η позволяет понять причины того, почему и в какой области накрытия плавится вещество, на которое падает полый кластер.

После неупругого удара о поверхность гравитационный кластер может оставить, а может и не оставить на ней проплавленный след. Если энергии кластера достаточно для плавления поверхности вещества, на которую он падает, то след круговой формы от удара будет представлять собой застывшую после расплава площадку. Её окончательная форма будет зависеть от того, как соотносится σ_η с критическим значением σ_k, выше которого вещество после удара начинает плавиться. Значение σ_k представляет собой параметр, зависящий от природы вещества той поверхности, на которую происходит падение.

Распределение расплавленного вещества будет похоже на распределение поверхностной плотности налетающего кластера, концентрация которого однородна по всему объему шара. Оно следует из (5.2) при z_1=0, r_2=r: $\sigma_0(\rho) = \sigma_0(0)\sqrt{1-\rho^2 / r^2}$, где $\sigma_0(0) = 2nr$, а r – внешний радиус кластера. Радиус проплава $\rho_п$ связан с критическим значением σ_k, выше которого вещество начинает плавиться, вследствие чего $\rho_п$<r.

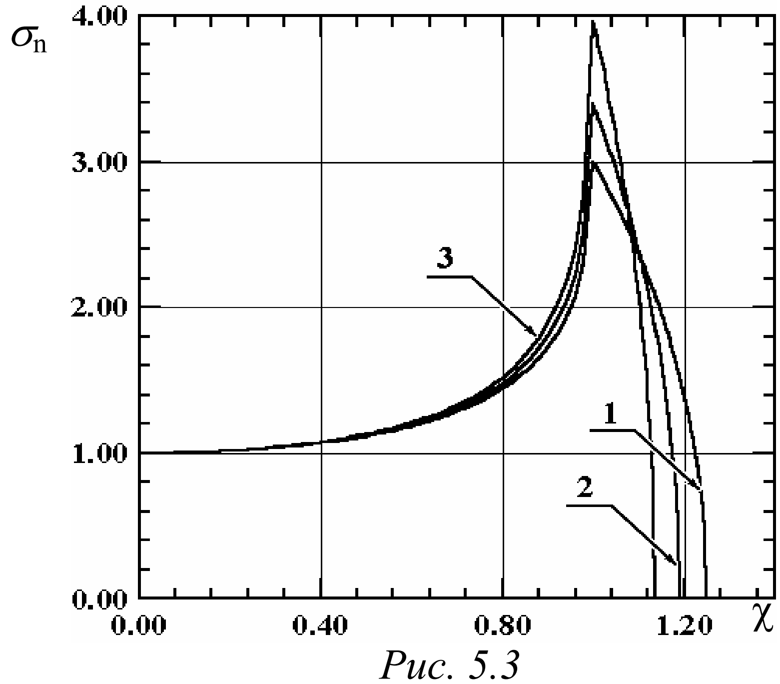

Рис. 5.3

Существует три возможных варианта неупругого взаимодействия (НВ) полого кластера с плоской поверхностью: НВ с большим энерговыделением; НВ со средним энерговыделением;НВ со слабым энерговыделением. Полый гравитационный кластер (его вещество сосредоточено в достаточно тонком слое) после удара оставляет на поверхности след – характерный кратер.

В этих случаях текстура возникающего кратера зависит от значения σ_k – критической поверхностной плотности частиц, выше которой вещество поверхности начинает плавиться. При этом возможны два типа кратеров. Если выполнено неравенство
$0<\sigma_k<1$ (***большое энерговыделение***), то прямая горизонтальная линия σ_k (см. рис. 5.3) находится между нулём и единицей. В этом случае на поверхности возникает застывшая после расплава площадка круговой формы, граница которой окаймлена выдавленным при расплаве веществом. Таких кратеров на приводимом снимке (рис. 5.1) нет.

Если выполнено неравенство $1<\sigma_k<\sigma_\eta$ (***среднее энерговыделение***), то прямая горизонтальная линия σ_k (см. рис. 5.3) находится выше единицы, но ниже наибольшего значения $\sigma_\eta = \sigma(0)\sqrt{(1+\eta)/(1-\eta)}$. В этом случае проплав поверхности возникает только по краям кратера, который опоясывает проплавленный валик конечной толщины и конечного радиуса.

Если $\sigma_k>\sigma_\eta$ (***малое энерговыделение***), то прямая горизонтальная линия σ_k (см. рис. 5.3) находится выше наибольшего значения $\sigma_\eta = \sigma(0)\sqrt{(1+\eta)/(1-\eta)}$. В этом случае кратер вообще не возникает и падение на поверхность гравитационного кластера никаких следов не оставляет.

При большом и среднем энерговыделениях радиусы проплава отличаются от геометрических радиусов кластера. Толщина проплавленного цилиндрического слоя поверхности всегда меньше толщины слоя, занятого частицами полого кластера. Зная значение σ_k легко найти радиусы проплава и долю частиц, участвующих в создании проплавленного валика. Связь между ними дается функцией распределения (5.3, 5.4).

В настоящее время у автора нет данных о значении критической поверхностной плотности плавления вещества σ_k в месте падения гравитационных кластеров на Луну, а также отсутствуют геометрические размеры кратеров, приводимых на снимке. Это всё не позволяет даже приближённо оценить физические параметры гравитационных кластеров, упавших на поверхность Луны.

Другое дело – зарядовые кластеры. Кен Шоулдерс в монографии [26] приводит великолепный снимок, выполненный на электронном микроскопе. На рис. 5.4 показана текстура поверхности титана, которая как две капли воды похожа на приводимые лунные кратеры. Только здесь масштабы другие. Там астрономические, а здесь микроскопические. Автор монографии высказал гипотезу о том, что кластеры одноимённых зарядов также могут удерживаться в ограниченной области пространства самосогласованным полем.

На эту тему была подготовлена монография [6], в которой по кратеру Шоулдерса, приведённому на рис. 5.4, удаётся рассчитать физические характеристики, которые были у зарядового кластера перед падением.

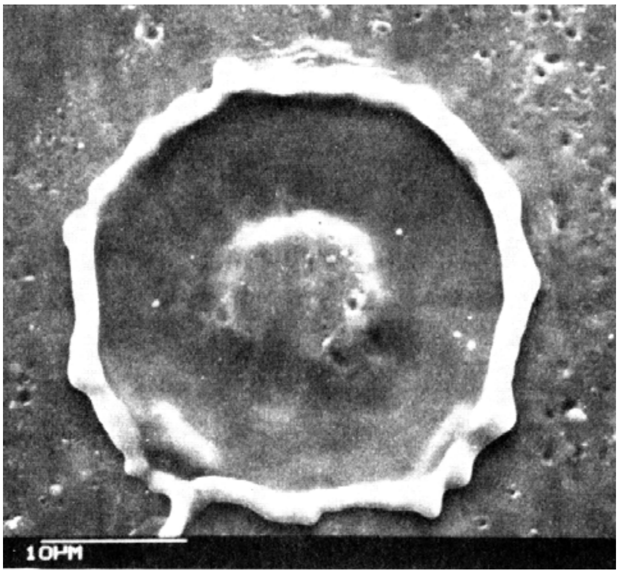

Рис. 5.4

ВЫВОДЫ

- **Получена функция распределения поверхностной массы вещества полого гравитационного кластера перед ударом о плоскую поверхность.**
- **Она указывает на то, что при большом энерговыделении образуется круговой кратер с равномерно выплавленным внутри веществом.**
- **При среднем энерговыделении образуется круговой кратер с валиком из расплавленного вещества конечной толщины.**
- **При малом энерговыделении образования кратера после падения кластера на поверхность не происходит и никаких следов от удара не остаётся.**
- **При падении полого гравитационного кластера плотность потока частиц, налетающих на плоскую поверхность, в центре падения будет меньше, чем в соседних слоях.**
- **Имея данные о критической поверхностной плотности частиц, плавящих поверхность Луны, и геометрические размеры кратеров, можно оценить массы кластеров, оставивших след на Луне.**

§ 6. Тунгусский феномен и другие экзотические объекты самосогласованной теории гравитации

В прошлом году исполнилось сто лет со дня падения Тунгусского метеорита на Землю. Прошедшие сто лет были веком поиска ответов на вопрос, что же это было? На месте катастрофы побывали десятки экспедиций. Предложены более сотни научных гипотез его происхождения.

В последние годы число гипотез катастрофически увеличилось. В дело генерации новых идей происхождения метеорита подключилось телевидение. Оно выдвинуло гипотезу о том, что это вовсе не космический пришелец, а дело рук человеческих.

Рассказывают об уникальных опытах величайшего учёного планеты Николы Тесла в США по трансформации электрической энергии в пространстве, проводившихся в это же время. Вспоминают об экспериментах Петербургского учёного М.М. Филиппова, который нашёл электрический способ передачи энергии взрыва на тысячи километров, хотя реальной установки обнаружено не было.

Всё это сильно воспаляет воображение образованного обывателя и он старательно ругает научное сообщество, обвиняя его в том, что прошло уже сто лет, а наука до сих пор так и не сказала своего последнего слова о Тунгусской катастрофе.

Почему же не сказала? Сказала. Верить никто не хочет! Народу подавай экзотику. А чем же принятая версия не экзотика? *Основная группа продвинутых физиков и астрономов, несмотря на огромное количество существующих гипотез, уверена в том, что это было столкновение небольшой кометы с Землёй.*

Образованный человек, наверное, знает, что кометы – небесные светила, имеющие вид хвостатой звезды или просто туманного пятна и перемещающиеся по отношению к звёздному фону [13]. Ядро кометы представляет собой небольшое ледяное тело, которое становится видимым только тогда, когда оно приближается к Солнцу ближе чем на 4-5 астрономических единиц длины (а.е.д.).

Напомню, что а.е.д. – мера расстояний до космических объектов, равная большой полуоси эллиптической орбиты Земли с округлённым значением длины $1{,}5\cdot10^8$ км. Почему комета становится видимой на этих расстояниях? Солнце начинает её хорошо прогревать и она выделяет пары, газы и пылевые частицы, которые и создают вокруг неё туманную атмосферу.

Что понимается под небольшим ледяным телом? Наблюдения показывают [13], что поперечник ядер комет составляет от 0,5 до 50 км. Зная плотность льда 800 кг/м^3, *в предположении её постоянства внутри кометы*, школьник 10-го класса легко вычислит для сферического тела, что масса наблюдаемых комет заключена в пределах от $5\cdot10^7$ до $5\cdot10^{13}$ тонн. Нижний предел массы в привычных единицах составит 50 миллионов тонн. Верхний предел наблюдаемой массы комет меньше массы Земли примерно в $1{,}2\cdot10^8$ раз.

Такой объект, имея ядро радиусом порядка 3 км, обладает оценочной массой порядка 90 миллиардов тонн (вы можете руками такое создать!?). Даже, если он будет падать с параболической скоростью 11 км/с в атмосфере Земли (принято считать, что падал он со скоростью 40 км/с), то перед ним возникнет слой горячего уплотнения воздуха по типу ударной волны. За короткое время движения в атмосфере (порядка секунд) тепловая энергия этого слоя частично расплавит ядро кометы, частично возгонит её в пар. Огромная масса ядра и его энергия достаточны для того, чтобы произвести все наблюдаемые разрушения. Если объект падает на тайгу, то он вывалит её на огромные расстояния.

Комета произведёт мощные возмущения в атмосфере земли: создаст бурю, шквальный ветер, локальные звуковые волны высокой интенсивности, а также – световые волны, которые обогнут весь земной шар. В заключение она упадёт на землю, сотрясёт ее, а потом со временем исчезнет с поверхности, превратившись в воду, которая растечётся по земле многочисленными ручьями. Энергия, выделившаяся при падении, может быть огромной и приближаться (либо даже намного превышать) к энергии взрыва, равной энергии тысяч атомных бомб, сброшенных на Хиросиму.

Читатель вправе задать вопрос: если вам всё так ясно, то для чего вы решили написать на эту тему научную монографию? Отвечаю: во первых, *пришло время научному методу поставить последний штрих в ответе на вопрос – что это было?* И поставить так, чтобы больше не было никаких сомнений и желаний выдвигать новые гипотезы.

Во вторых, насколько мне известно, до сих пор не существует теории, которая бы позволила рассчитать, или хотя бы оценить, распределение вещества в кометных или кометоподобных телах. В третьих, всю мою сознательную жизнь мне не давал покоя один вопрос, который был сформулирован экспедициями на месте падения. *Почему в центре падения метеорита сохранился лес, который не был повален?* В эпицентре катастрофы в пятне радиусом порядка километра в 1921 г. экспедиция Л.А. Кулика обнаружила сохранившийся лес, стволы деревьев которого стояли вертикально и были практически лишены веток («мачтовый» лес). Как сообщил нам недавно на телевидении космонавт Г. Гречко, теперь этот мачтовый лес дал новые побеги и продолжает укореняться. Вне эпицентра лес вместе с корнями был повален на площади ~ 2100 км^2.

Версия падения кометы, как ледяного тела, не в состоянии объяснить, почему в эпицентре падения сохранился «мачтовый» лес. В этом и заключается весь её колоссальный недостаток. Ведь центральное ледяное тело, имеющее диаметр порядка 5-10 км, должно было сформировать глубокий кратер в центре удара. Но может быть, на основе «кометного льда» существуют холодные космические тела, которые имеют другую, более рыхлую, структуру, нежели кометы?

Гипотеза взрыва над поверхностью тайги ядерного реактора инопланетного космического корабля, предложенная для объяснения этого факта, не убедила. Могла взорваться от перегрева и сама «комета». Но этого как раз не произошло. 18 лет назад мне пришла идея, которая позволила найти альтернативное научное обоснование существованию «мачтового» леса, а полученные в последние годы результаты уложились в связанную физическую парадигму, изложенную выше.

В четвёртых, у меня часто возникает такое чувство, что ИСТИННЫЕ ЗНАНИЯ даются Человечеству всегда вовремя, заблаговременно до возникновения катастроф. Ведь монография

Эмдена «Газовые шары» появилась за год до Тунгусской катастрофы. Но только человечество, занятое диссертационной суетой, не в состоянии эти ЗНАНИЯ своевременно освоить, глубоко понять, сопоставить и применить их в нужном направлении. Это часто бывает в тех случаях, когда математика «бежит» впереди физики или, наоборот, физика «бежит» впереди математики.

Считаю, что именно так случилось с объяснением явления Тунгусского метеорита (кстати, это не такое редкое явление как кажется: уже в 2004 г. в красноярскую тайгу упал ещё один, более мелкий, космический пришелец, который произвёл очень похожие разрушения и исчез).

Итак, выделим *важнейшие наблюдаемые свойства Тунгусского феномена:*

1. С неба с огромной скоростью (порядка 40 км/с) из космоса падает неопознанный ОБЪЕКТ.

2. Астрономы не замечают его передвижения перед падением в околоземном космическом пространстве.

3. ОБЪЕКТ имеет пространственный размер, по разным оценкам, от 5 до 25 км в диаметре. Некоторые, видевшие ОБЪЕКТ с поверхности Земли, считают, что при падении их было два.

4. При прохождении им атмосферы возбуждаются мощные световые, звуковые и электромагнитные волны, обошедшие несколько раз вокруг земли.

5. За сутки-двое до падения объекта наблюдается высокая активность в атмосфере (предвестники появления объекта).

6. В момент удара по Тунгуске формируются «мачтовый лес» и вывал тайги на многие километры. Характерный кратер, возникающий после падения метеорита, отсутствует.

7. Проходит два-три года после падения и следы, вызванные катастрофой, исчезают.

Развитая в монографии самосогласованная теория гравитации позволяет выдвинуть гипотезу о том, что Тунгусский феномен представлял собой полое, пылевое, комето-подобное тело огромной массы, состоящее из мельчайших льдинок.

В теории удаётся найти качественные и количественные ответы на вопросы: что представлял собой Тунгусский метеорит и как он был устроен внутри? Был ли это метеорит в привычном понимании этого слова? Какими силами удерживается вещество в газообразном шаре, частично или полностью состоящем из воды, газа либо из ледяных пылинок? Как распределена его плотность? Чем компенсируются силы гравитационного притяжения внутри феномена и почему в нём не возникает гравитационный коллапс?

Каких предельных размеров и масс может быть ледяная начинка феномена? Какие беды она может натворить? Какой энергией обладает? Какую энергию он выделяет при ударе о поверхность? Насколько совпадают предсказания теории с результатами наблюдений? И какие дальнейшие выводы можно сделать, приняв теорию за эффективный инструмент практики? Можно ли из развиваемой теории ответить на 7 характерных пунктов, отличающих падение Тунгусского феномена от других космических тел?

Гипотеза о том, что Тунгусский феномен был полым и рыхлым позволяет сразу же привести альтернативный научно-обоснованный ответ на поставленный выше вопрос: почему в эпицентре падения сохранился «мачтовый» лес? Ответ прост. При падении такого полого космического «снежка» плотность потока частиц, налетающих на плоскую поверхность, в центре падения будет меньше, чем в соседних слоях (см. вычисления в §5). Это будет приводить к тому, что в эпицентре падения производимые разрушения будут минимальны.

Отсюда следует вывод: *космический пришелец, упавший на тунгусскую тайгу, имел внутри себя полость, диаметр которой можно оценить в тысячи метров. Если бы экспедиция Кулика измерила характеристики эллипса, занятого «мачтовым» лесом, то, используя предлагаемую теорию, можно было бы с большей степенью точности рассчитать массу, угол падения и геометрические размеры тунгусского феномена.*

Приведём возможный диапазон физических параметров Тунгусского феномена, используя важнейшие соотношения, полученные в §3, 4.

Физические параметры полого газового шара первого рода, состоящего из ледяной пыли

Физические параметры газового скопления из ледяных пылинок диаметром 40 нм для концентрации $2{,}7 \cdot 10^{21}$ (м$^{-3}$) с массой пылинки $3{,}0\cdot10^{-20}$ кг при температуре 250 К для параметра состояния $\beta = 3$. Давление частиц на дне ямы p_0=9,3 Па. Плотность газа на дне ямы ρ_0=80 кг/м^3. Радиус сферы нулевого давления поля $R=3l=5{,}55\cdot10^3$м. Радиус полости (обрываем распределение концентрации в точке $n = 0{,}01n_0$) $r_1=0{,}24R=1{,}33\cdot10^3$м. Внешний радиус системы $r_2=2{,}24R=12{,}4\cdot10^3$м. Масштаб потенциала $\varphi_*=2{,}3\cdot10^{-1}$м^2/с^2. Масштаб напряжённости поля $g_0=4{,}1\cdot10^{-5}$ м/с^2. Масштаб силы Бернулли $f_\mathrm{m}=3{,}28\cdot10^{-3}$ н/м^3.

Интегральные параметры исследуемого кластера. Число частиц $N=4{,}7\cdot10^{30}$. Удерживаемая масса $M=1{,}41\cdot10^{11}$ кг или 141 миллион тонн. Масштаб энергии самосогласованного поля $W_{0\mathrm{f}}=2{,}2\cdot10^{12}$ Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем $W_0=4{,}0\cdot10^{13}$ Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем $W=1{,}53\cdot10^{13}$ Дж. При падении со скоростью 40 км/с кластер имеет кинетическую энергию $E_\mathrm{к}=1{,}13\cdot10^{20}$ Дж превышающую на семь порядков энергию взаимодействия частиц с полем. Выражая её в тротиловом эквиваленте (1 тонна тротила метрическая = =$4{,}6\cdot10^9$ Дж), получим 24,6 миллиардов тонн тротила.

Для параметра состояния $\beta = 10$. Радиус сферы нулевого давления поля $R=10l=1{,}85\cdot10^4$м. Радиус полости $r_1=0{,}73R$ = =$1{,}35\cdot10^4$м. Внешний радиус системы $r_2=1{,}33R = 2{,}46\cdot10^4$м.

Интегральные параметры для этого состояния. Число частиц $N=4{,}4\cdot10^{34}$. Удерживаемая масса $M=1{,}3\cdot10^{15}$ кг (1,3 триллиона тонн) превышает предыдущую массу на четыре порядка (заметим, что оценка, полученная в [21], оказывается заниженной). Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем $W_0=1{,}48\cdot10^{15}$ Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем $W=9{,}62\cdot10^{13}$ Дж. Кинетическая энергия такого пузыря 226 триллионов тонн тротила.

Полученные оценки указывают на огромные массы и энергии, которыми может обладать Тунгусский феномен.

Физические параметры полого газового шара второго рода, состоящего из ледяной пыли

Сохраняя внутренний и внешний радиусы для $\beta = 3$, рассчитаем оценочные параметры физических величин Тунгусского феномена, используя соотношения для гравитационных кластеров второго рода.

При толщине d=1,11·10^{4}м получаем число частиц N=1,28·10^{33}. Удерживаемая масса M=3,84·10^{13} кг попадает в промежуточный диапазон, даваемый кластерами первого рода. Энергия самосогласованного поля W_f=4,42·10^{12} Дж. Масштаб энергии взаимодействия частиц с полем W_0=7,32·10^{11} Дж. Энергия взаимодействия частиц с полем W=5,11·10^{12} Дж.

Современные средства наблюдают в космической пыли льдинки диаметром 10 мкм [13]. Тогда масса ледяной пылинки m=4,2·10^{-13} кг. Для той же температуры и толщины получим массу космического снежка M=2,7·10^6 кг.

Водно-газовый пузырь, в котором отсутствует ближний порядок

Приведём параметры экзотического астрофизического объекта, которым является водно-газовый пузырь, не содержащий других кластеров, кроме молекул воды. Если такой объект существует в Природе, то его следует назвать потенциальным космическим убийцей человеческой цивилизации.

Физические параметры такого скопления: масса молекулы воды 3,0·10^{-26} кг для концентрации 3,33·10^{28} (м$^{-3}$) при температуре 293 К для параметра состояния β = 3. Давление частиц на дне ямы p_0= 1,35·10^{8}Па. Плотность вводно-газового конденсата изменяется в пределах от ρ_0=1000 кг/м^3 до ρ=10 кг/м^3. Радиус сферы нулевого давления поля R=3l=1,7·10^{6}м. Радиус полости (обрываем распределение концентрации в точке $n = 0{,}01 n_0$) r_1=0,24R= = 0,4·10^{6}м. Внешний радиус системы r_2=2,24R=3,8·10^{6}м в 1,7 раза меньше радиуса Земли.

Интегральные параметры вводно-газового пузыря. Число молекул N=1,66·10^{48}. Удерживаемая масса M=5,0·10^{22} кг всего в 20 раз меньше массы Земли.

Удар такой водно-газовой планеты о Землю доставит больше хлопот землянам, чем любое цунами, поскольку уничтожит их всех. Доставленная им масса воды поднимет уровень океана, не много ни мало, на 97 км. Тут невольно и задумаешься о Библейском потопе.

Единственное, что успокаивает так это проявление ближнего порядка у молекул воды. Его учёт может уменьшить на 5 - 7 порядков массу водно-газовой «бомбы», что повлечёт за собой изменение уровня океана всего на сотни метров. По-видимому, столкновение водно-газовой планеты с Землёй привело в далёком прошлом к появлению на Земле воды в наблюдаемом количестве.

ВЫВОДЫ

- **Развитая в монографии самосогласованная теория гравитации позволяет выдвинуть гипотезу о том, что Тунгусский феномен представлял собой полое, рыхлое, кометоподобное тело огромной массы, состоящее из мельчайших льдинок.**
- **Космический пришелец, упавший на тунгусскую тайгу, имел внутри себя полость, диаметр которой можно оценить в километр. Если бы экспедиция Кулика измерила характеристики эллипса, занятого «мачтовым» лесом, то, используя предлагаемую теорию, можно было бы с большей степенью точности рассчитать массу, угол падения и геометрические размеры тунгусского феномена.**
- **Оценки дают разнообразные диаметры газового шара, состоящего из льдинок, изменяющиеся в пределах от 2,7 км до 50 км. Его масса может изменяться от 3 тысяч тонн до 1,3 триллиона тонн.**
- **Кинетическая энергия следующая из оценок самого большого феномена составляет в тротилловом эквиваленте 230 триллионов тонн тротила.**
- **Теория предсказывает существование экзотического астрофизического объекта – водно-газового пузыря, имеющий радиус и массу порядка радиуса и массы планеты.**
- **Оценка показывает, что его радиус в 1,7 раза меньше радиуса Земли. Объект может удерживать массу водно-газового конденсата M=5,0·10^{22} кг, которая в 20 раз меньше массы Земли.**
- **Удар такого водно-газового пузыря о Землю поднимет уровень океана, не много ни мало, на 97 км.**

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Уважаемый читатель! Самосогласованная теория гравитации, как следует из изложенного ранее, предсказывает увеличение арсенала катастрофических «боеприпасов» астрофизики. Полученные из теории разнообразные оценки указывают на то, что Тунгусский феномен частый гость нашей планеты.

С помощью этого гостя когда-то были заморожены мамонты в Сибири и погибли динозавры. Неоднократно изменялся климат Земли. Наибольшие размеры и массы феномена таковы, что он вполне мог создавать локальные ледниковые периоды, которые могли быть длительными.

Зная массу феномена можно рассчитать теплоту, которую нужно затратить, чтобы растопить самый большой космический «снежок». На это уйдут сотни лет.

Известный закон круговорота воды в природе в самые неожиданные моменты может быть подправлен выпадением большого количества ледяной пыли или водяным ударом водногазовой «бомбы», которая приведёт к очередному потопу. Всё зависит от температурного состояния гравитационного кластера.

Самое неприятное свойство объектов, обнаруженных на кончике пера, заключается в том, что они невидимки. Они ничего не излучают и практически ничего не отражают. Как организовать службу космического дозора для борьбы с ними, – неясно. А потом, даже если она у нас будет, то, что делать с подобными объектами? Как уничтожить рыхлый полый космический «снежок»? Как уничтожить водно-газовый пузырь?

Поскольку исследованное явление коллективное, то такие объекты не могут возникать по одиночке. Так же как и зарядовые кластеры Шоулдерса [26] они возникают в виде цепочки подобных объектов разнообразных масс при взрывных катастрофах в космическом пространстве. Это ответ на третий и пятый пункты свойств Тунгусского феномена. Объектов при падении могло быть несколько. Только снимки эпицентра удара из космоса смогут окончательно ответить на вопрос сколько их было.

У феномена всегда есть предвестники. Остальные пункты перечисленных свойств органично вытекают из значений его физических параметров и законов, описывающих его неупругий удар о плоскую поверхность.

Можно задать вопрос, а как такой феномен возникает? Уверен, что при планетарных взрывах во вселенной, в которых участвует вода. Быстрый выброс воды в пустое пространство приведёт к охлаждению молекул и проявлению ближнего порядка или свойства кластеризации. Малые кластеры, охлаждаясь при движении, превращаются в льдинки, имеющие размеры от микрометров до нанометров.

Могут ли быть внутри феномена посторонние включения? Конечно, могут. При локальных взрывах кусков планеты вместе с водой могут прихватываться самые разнообразные добавки.

Надеюсь, что следующее поколение исследователей создаст теорию рождения подобных астрофизических объектов. Но, сделать её без глубокого исследования свойств переменных самосогласованных полей, – не удастся.

В наше демократическое время книга без байки не книга. Есть байки у рыбаков. Есть байки у охотников. Есть байки из склепа. А есть из Прошлого. Одну из них рассказывал Р. Фейнман. Перескажем её в другой редакции.

Приходит продвинутый физик к Верховному Жрецу племени Майя. Древнему индейскому племени, которое известно всему миру своими длительными ритуальными плясками, кровавыми жертвоприношениями и поразительно глубокими знаниями в астрономии. Физик передаёт работу Жрецу и говорит: «Я научился рассчитывать массы космических пришельцев, которые изредка падают с неба на землю. Они огромны. Вероятность их появления на земле достаточно высока: одно событие в сто лет. Пришельцы представляют колоссальную опасность для твоего племени. Любой из них, за короткое время, может превратить твой цветущий край в ледяное безмолвие, засыпав всех слоем снега и ледяной пыли километровой толщины!». А он, *не раскрывая работы*, отвечает: «Это всё, конечно, здорово! И очень похоже на Истину. Но мне важнее знать: когда и где упадёт следующий Посланец Неба? Ты не совсем прав! Это не Ледяное Дыхание, это – Небесный Огонь. Он должен очистить моё племя от всех иноверцев, инакомыслящих и непокорных! Можно ли из твоих расчётов получить место и дату очередного падения?». Физик отвечает: «Нельзя». А он говорит: «Мы не можем достойно оценить твою работу, потому что Синклит Жрецов знает, когда и где *это* произойдет…».

В пятидесятых годах прошлого века дружбу нашей страны с Китаем в простонародье называли: Москва-Пекин. Такая песня была. Теперь дружба иная. Китай мы стали, часто, называть *Поднебесной*. Уважительное и глубокое название страны подобрали себе китайцы. Это, по-видимому, её сакральное имя. Сакрального имени страны, в которой живёт племя Майя, упомянутое в байке, я не знаю, но, мне кажется, очень подойдёт: *Лукавое Подземелье*.

Благодарности. Прежде всего, автор хочет поблагодарить директора института магнетизма Национальной академии наук и Министерства образования Украины академика НАН Украины Виктора Григорьевича Барьяхтара за неподдельный интерес и поддержку научного направления, развиваемого автором. Тёплыми словами хочется оценить положительный отзыв на работу, полученный от генерального конструктора ОАО «НПО ЭНЕРГОМАШ им. акад. В.П. Глушко» академика Бориса Ивановича Каторгина.

Хочется выразить благодарность рецензентам монографии: заведующему совместной лабораторией прикладного нелинейного анализа Южного Математического Института ВНЦ РАН и ЮРГУЭС, Заслуженному деятелю науки РСО-А, доктору физико-математических наук профессору ЮРГУЭС Валерию Георгиевичу Фетисову; летчику-космонавту, дважды Герою Советского Союза, академику РАЕН, почётному профессору кафедры космической экологии Томского государственного университета Владимиру Александровичу Джанибекову, взявшими на себя труд первого прочтения монографии и её плодотворного обсуждения.

Автор выражает свою благодарность коллегам и рецензентам, членам докторского совета по радиофизике

Ростовского государственного университета (председатель совета д.ф.-м.н., профессор Синявский Г.П.), оппонентам: профессорам В.Н. Тарану, Е.И. Нефёдову, советы и замечания которых были учтены при работе над докторской диссертацией и монографией и, несомненно, обогатили их.

Особую признательность хочется выразить профессору кафедры электродинамики НГУ Маркову Г.А. (третьему оппоненту) за то мужество, которое он проявил, отстаивая в своём совете в ИПФ РАН (г. Нижний Новгород) правоту «завиральных» идей, высказанных в работе.

Автор будет благодарен всем, кто выскажет критические замечания, пожелания и предложения по дальнейшему совершенствованию рукописи, которые можно направить по адресам электронной почты:

sapogin@mail.ru

vladsapogin@yandex.ru

Монографии автора и научные статьи, на которые делались ссылки в тексте монографии, можно найти на страничке кафедрального сайта:

http://egf.tsure.ru/departments/physics/staff/staff_145.html

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Emden R. Gaskugeln. Leipzig und Berlin. 1907. – P. 497.
2. Чандрасекар С. Введение в учение о строении звезд. – М.: ИЛ, 1950. – 476 с.
3. Френкель Я.И. Статистическая физика. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – 760 с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. – М.: Изд-во «Наука», 1974 . – С. 831.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Изд-во «Наука», 1971. – С. 576.
6. Сапогин В.Г. Механизмы удержания вещества самосогласованным полем. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – С. 254.
7. Сапогин В.Г., Чередниченко Д.И. Прецессия и нутация дипольного ротатора в однородном электростатическом поле. Изв.высш.уч.зав. Северо-Кавказский регион, естеств. науки. 1994. №4. – С. 31.
8. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. – М.: Высшая школа, 1983. – С. 463.
9. Сапогин Л.Г. Единое поле и квантовая механика. Исследование систем (физические исследования). – АН СССР. – Владивосток, 1973. – №2. – С. 54-84.
10. Сапогин Л.Г., Рябов Ю.А., Участкин В.И. Унитарная квантовая теория и новые источники энергии: Учебное пособие. – М.: МАДИ-ГТУ, 2003.
11. Sapogin Leo, Ryabov Yuri, Boichenko Victor. Unitary quantum theory and new source of energy. Archer Enterprises, 2938 Ferguson Crs. Rd. Geneva, NY 14456. – P. 278.
12. Сапогин Л.Г., Рябов Ю.А., Бойченко В.А. Унитарная квантовая теория и новые источники энергии/Под ред. Ю.И. Сазонова. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008. – С. 280.
13. Маленькая энциклопедия. Физика космоса/Под ред. С.Б. Пикельнера. – М.: Изд-во «Советская энциклопедия», 1976. – С. 655.
14. Vlasov A.A. On the kinetic theory of an ansembly of particles wich collective interaction. Journ. Phys. (USSR), vol. 9, 25 (1945).
15. Власов А.А. Теория многих частиц. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950, – 349 с.

16. Власов А.А. Статистические функции распределения. – М.: Наука, 1966, – 320 с.
17. Власов А.А. Нелокальная статистическая механика. – М.: Наука, 1978, – 260 с.
18. Сапогин В.Г. Политропические равновесия самосогласованных гамильтоновых систем гравитирующих частиц//Изв. высш. учеб. зав. Северо-Кавказский регион. Сер. Естественные науки. 2000. – №1. – С.79–75.
19. Сапогин В.Г. Плоские самосогласованные гамильтоновы системы гравитирующих частиц//Изв. высш. учеб. зав. Северо-Кавказский регион. Сер. Естественные науки. 1996. – №3. – С.72–78.
20. Сапогин В.Г. Канонический формализм одномерной динамической системы гравитирующих частиц. В сборнике докладов «Исследования по дифференциальным уравнениям и математическому моделированию». – Владикавказ, 2008. – С. 261-269.
21. Сапогин В.Г. Об одном классе точных и приближённых решений *E*-уравнеия Эмдена для потенциала//Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. – М.: Изд-во «Станкин», 2008. – №12.
22. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды (элементарные функции). – М.: Изд-во «Наука», 1981.
23. Сапогин В.Г. Об одном классе точных решений уравнения Эмдена//Изв. высш. учеб. зав. Северо-Кавказский регион. Сер. Естественные науки. 2003. – №3. – С. 55-56.
24. Справочник по специальным функциям. С формулами, графиками и математическими таблицами/Под редакцией М. Абрамовица и И. Стиган. – М.: Изд-во «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – С. 830.
25. Тер Хаар Д. Нейтронные звёзды и пульсары. – М.: Мир, 1973.
26. Shoulders Kennet R. EV: A Tale of Discovery. 1987, Jupiter Technology, Austin TX. – P. 237.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3
§ 1. Базовые уравнения самосогласованной теории гравитации 19
§ 2. Равновесие неизлучающих гравитирующих частиц с плоским самосогласованным полем в состояниях с однородной температурой 28
§ 3. Равновесие неизлучающих гравитирующих частиц с самосогласованным полем сферической симметрии в состояниях с однородной температурой 43
§ 4. Сферически симметричные полевые ловушки второго рода 72
§ 5. О происхождении некоторого класса кратеров на поверхности Луны.. 78
§ 6. Тунгусский феномен и другие экзотические объекты самосогласованной теории гравитации.......................... 85
Заключение 93
Библиографический список 97
Оглавление 99

Научное издание

Сапогин Владимир Георгиевич

ГАЗОВЫЕ ШАРЫ ЭМДЕНА В САМОСОГЛАСОВАННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Редактор Чиканенко Л.В.
Корректоры: Надточий З.И., Селезнёва Н.И.

ЛР №020565 от 23 июня 1997 г.
Формат 60x841/16. Подписано к печати
Печать офсетная. Бумага офсетная.
Усл. п.л. – 6,25. Уч.-изд. л. – 6,0.
Заказ № Тираж 100 экз.

“С”

Издательство Технологического института
Южного федерального университета
ГСП 17А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44
Типография Технологического института
Южного федерального университета
ГСП 17А, Таганрог, 28, Энгельса, 1