

НОВЫЕ СИММЕТРИИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ И НЕЛИНЕЙНОСТЬ В ПРИРОДЕ

В. Г. Жотиков¹

*Московский физико-технический институт
(Государственный университет)*

Показано, что в современном представлении, группой релятивистской инвариантности должна являться группа преобразований Лоренца-Каратеодори, а не группа преобразований Лоренца (однородная группа Пуанкаре). Группа Лоренца-Каратеодори содержит в своем составе две подгруппы: группу Лоренца и группу Каратеодори. Наличие в теории группы преобразований Каратеодори обеспечивает введения в теорию инвариантной величины: фундаментальной длины. Тем самым, решается проблема расходимостей квантовой теории поля. Показано, что эти преобразования, представляют собой пример нелинейных преобразований и позволяют давать простые объяснения для многих нелинейных явлений в природе. Соответственно, все фундаментальные уравнения физики, в дополнении к их инвариантности относительно группы преобразований Лоренца, должны быть инвариантны также и относительно группы преобразований Каратеодори.

Введение

+

Законы природы представляют собой соотношения между инвариантами, так как они не должны зависеть от преобразований симметрии. Гипотезы о симметрии, которой обладает система, являются аксиомами, определяющими её состояние и поведение. Исходя из принципов симметрии, можно выводить новые законы природы дедуктивно, а не только в результате наблюдения за физическими объектами или в результате решения уравнений. Таким образом, законы природы рассматриваются как соотношения между инвариантами, а математический язык симметрии – теория групп.

Так, согласно знаменитой теореме Э. Нетер [1] каждой ρ – параметрической группе преобразований G_ρ , оставляющей инвариантной функцию действия $\Sigma = \int L d^4x$ соответствует ρ линейно-независимых законов сохранения $dI_n/dt = 0, I_n = const$ ($n = 1, \dots, \rho$).

Заметим, что для того, чтобы интеграл действия стал инвариантным, относительно заданной группы симметрии, фактически требуется, чтобы лагранжиан должен быть плотностью инварианта, а не инвариантом (т.е. лагранжиан должен быть скалярной плотностью).

Теоремы (первая и вторая) Э. Нетер, а также их современные обобщения позволяют установить фундаментальную связь между величинами, характеризующими движение материальных объектов в пространстве и времени, со свойствами самого пространства-времени. Так, первая (или, как говорят, прямая) теорема Э. Нетер дает определенный алгоритм для вычисления сохраняющихся величин, если известен лагранжиан, или действие физической системы и группа её симметрии.

Так, если обнаруживается некоторая новая симметрия системы, физический смысл и универсальность которой не вполне еще определены, то теоремы Э. Нетер позволяют найти соответствующие этим симметриям новые законы сохранения. Последние, не только могут способствовать выявлению физического смысла найденной симметрии, но и быть экспериментально проверенны. Так, инвариантность действия относительно пространственно-временных трансляций приводит к законам сохранения импульса и энергии, а инвариантность действия относительно пространственных вращений, приводит к закону сохранения момента импульса.

¹ E-mail: Zhotikov @ complat.ru

Нарушение такой однородности и изотропности должно было бы приводить к нарушениям законов сохранения. В этой связи, уместно напомнить, что в общей теории относительности (ОТО), оперирующей с неоднородным пространством Римана, не существует локального закона сохранения энергии-импульса.

Одной из важнейших симметрий в современной физике является так называемая лоренц-симметрия, то есть инвариантность законов физики относительно действия так называемой группы Лоренца. Инвариантность законов природы относительно данного вида симметрии, называют лоренц-инвариантностью этих законов. Если лоренцева симметрия справедлива, то пространство изотропно, то есть, все направления и все равномерные прямолинейные движения в нем эквивалентны – ни одно из них не может быть выделено как особое.

Лоренцева симметрия представляет собой фундаментальную основу не только специальной теории относительности (СТО) но и всей современной физики. С ней связывают все релятивистские эффекты. СТО хорошо согласуется с результатами экспериментов и до настоящего времени, несмотря на многочисленные попытки, не удалось пока обнаружить её нарушений.

Вместе с тем, согласно некоторым современным теориям, объединяющим квантовую механику и теорию тяготения, законы СТО могут быть оказаться нарушенными [2 – 4]. Иными словами, речь идет о том, что (обычная) лоренц-инвариантность может быть нарушенной при очень высоких (близких к планковским) энергиях. В настоящее время количество работ на эту тему превысило уже несколько сот публикаций.

В этой связи, следует, отметить, что проблема принципиальной возможности нарушения лоренц-инвариантности при высоких энергиях и импульсах была сформулирована в работах Д. Киржница и В. Чечина [5], еще задолго до появления работ [2 – 4]. Научно-популярное изложение современного состояния проблемы возможного нарушения лоренц-инвариантности имеется в статье А. Костелецки [6] – одного из известных идеологов расширения группы Лоренца.

В данной работе мы представляем новый подход к решению проблемы возможности нарушения лоренц-инвариантности. Он полностью отличен от подходов развиваемых в настоящее время в литературе по этой теме.

Далее всюду в этой работе мы будем использовать систему единиц, в которой $c = \hbar = 0$.

О новых симметриях пространства-времени и законах сохранения

В данной работе рассматривается новый вид симметрии пространства-времени и связанный с ним новый закон сохранения. Этот закон сохранения определяется инвариантностью действия относительно группы трансляций но не координатом, а в импульсном пространстве.

Мы начнем рассмотрение с самого простейшего случая и обратим внимание на следующий, хорошо известный факт (см., например, [7]). Уравнения движения не изменяются при замене лагранжиана L на «новый» лагранжиан L' вида:

$$L = L' + \frac{d}{dt} f(q, t), \quad (1)$$

$\frac{d}{dt} f(q, t)$ – полная производная по времени от функции $f(q, t)$, обобщенных координат $q = \{q^\alpha\}$, $\alpha = 1, \dots, n$ и времени t . Это утверждение легко проверяется, как прямой подстановкой функции (1) в уравнения Лагранжа, так и непосредственно из интегрального принципа наименьшего действия $\delta S = 0$.

В релятивистской физике (механике и теории поля) имеют дело с лагранжианами, которые должны обладать свойством однородности:

$$L(q, \lambda \dot{q}) = \lambda L(q, \dot{q})$$

для всех $\lambda > 0$. Такие лагранжианы называются параметрическими: значение. Действия для них зависит только от траектории частицы (и направления движения) но не от параметризации (т.е. от скорости движения).

Ограничимся пока простейшим случаем релятивистской механики. Будем иметь:

$$\frac{d}{dt} f(t, \vec{x}) \rightarrow \langle u, 4\text{-grad} f(x) \rangle. \quad (2)$$

Символ $\langle, \rangle$ означает скалярное произведение 4-вектора скорости $u = (u_0, \vec{u})$, частицы на 4-градиент скалярной функции $f(x) = f(t, \vec{x})$.

Преобразования (1) являются не чем иным, как калибровочными преобразованиями. К. Каратеодори [8] применил эти преобразования для вывода теорем, определяющих достаточных условий существования экстремумов функционалов действия. В дальнейшем они получили в геометрии их современное название – *преобразования Каратеодори*.

Геометрическая теория преобразований Каратеодори была построена В.Вагнером [9]. Он показал, что в импульсном пространстве преобразования Каратеодори представляют собой трансляции вида:

$$p' = \varepsilon(p - \sigma), (\varepsilon = \pm 1) \quad (3)$$

где $p = (p_0, \vec{p}) = (E, \vec{p})$ – «старый» 4-импульс, $p' = (p'_0, \vec{p}') = (E', \vec{p}')$ – «новый» 4-импульс, а σ – 4-вектор трансляций (изменение 4-импульса в результате взаимодействия). При этом $\sigma = 4\text{-grad}f(x)$. Значение $\varepsilon = -1$ соответствует операции отражения от центра пространства.

Трансляции в координатном 4-пространстве как уже отмечалось, приводят к законам сохранения энергии (инвариантность относительно сдвига по оси времени), или импульса (инвариантность относительно сдвига пространственных координат). Здесь же мы имеем здесь дело с другой видом симметрии: трансляциями в 4-импульсном пространстве. Последние определяют в координатном 4-пространстве локальные (т.е. зависящие от координат точки-события) преобразования сжатия и растяжения (пассивная точка зрения).

В. Вагнер [9] показал, что преобразования (3) индуцируют в координатном пространстве преобразования вида:

$$x' = \frac{\varepsilon x}{1 - \langle \sigma, x \rangle}, (\varepsilon = \pm 1) \quad (4)$$

Совокупность преобразований (3), (4) при $\varepsilon = +1$ называются собственными, а при $\varepsilon = -1$ несобственными преобразованиями Каратеодори, если 4-ковектор трансляций $\sigma = 4\text{-grad}f(x)$.

Мы будем называть эти трансляции собственными, соответственно, несобственными импульсными трансляциями. Естественно, что если в пространстве-времени заданы поля геометрических объектов, то при преобразованиях Каратеодори (3), (4) они также будут преобразовываться под действием (4) в соответствии с законами их преобразования. Отсюда следует, что трансляции и отражения в импульсном пространстве приводят к неоднородным сжатиям и растяжениям (неоднородным дилатациям) в координатном пространстве.

В проективной геометрии преобразования (3), (4) называются гомологическими преобразованиями или кратко гомологией. Напомним, что гомологией в проективной геометрии называется автоморфизм проективного пространства (проективной плоскости) при котором одна гиперплоскость (одна прямая) и точно одна точка (центр гомологии) переходят в себя. Эти преобразования образуют группу [9, 10]. Мы будем далее называть эту группу группой импульсных трансляций. Физический смысл этой группы преобразований будет рассмотрен ниже. При этом согласно общей геометрической теории преобразований Каратеодори [9, 10, 14, 17] импульсное пространство и, соответствующее ему координатное пространство Минковского, в которых действуют соответственно преобразования (3) и (4) теперь в каждой точке нахождения наблюдателя становятся центрально-проективными пространствами.

Относительно операции сложения 4 – импульсов (3) следует отметить следующее. Как известно, проективная прямая изоморфна окружности с отождествленными противоположными точками. Поэтому, сложение соответствующих компонент импульсов сводится к следующей операции:

$$p (+) \sigma = p + \sigma \text{ по модулю } 2\pi/l_{pl}, \quad (5)$$

где l_{pl} обозначает планковскую длину $l_{pl} = \sqrt{G} \sim 10^{-33}$ см (G – гравитационная постоянная). Таким образом, складывая 4-импульсы, мы должны оставаться в пределах от $-\pi/l_{pl}$ до $+\pi/l_{pl}$. Тогда преобразования в координатном пространстве, выражаемые формулой (4), должны быть периодическими функциями от σ с периодом $2\pi/l_{pl}$. Соответственно, сопряженная к p переменная x должна быть дискретной и принимать значения кратные элементарной длине l_{pl} .

Тем самым, предельно математически строгое рассмотрение действия группы преобразования Каратеодори, т.е. группы трансляций в импульсном пространстве, ведет к квантованию пространства-времени. Мы находим здесь полную аналогию между рассматриваемыми здесь процессами и процессами «переброса импульсов» имеющих место в теории твердого тела, где сохранение импульса для частиц, движущихся в кристаллической решетке имеет место только по модулю $2\pi/a$, где a – постоянная решетки. Импульс $2\pi/a$, передается в этом случае бесконечно тяжелой решетке. В нашем случае импульс $2\pi/l_{pl}$ передается физическому вакууму.

Заметим, что обычный закон сохранения энергии-импульса в данной модели, вообще говоря, не имеет места. Это есть прямое следствие неоднородности пространства-времени, которое приобретает структуру дискретной решетки. Физически это нарушение можно интерпретировать как поглощение или излучение «квазичастиц» имеющих импульс $2\pi/l_{pl}$.

Нарушение однородности и изотропности пространства-времени должно было бы приводить к нарушениям законов сохранения.

С какой точностью и обстоятельностью доказаны законы сохранения энергии и импульса применительно к миру элементарных частиц, т.е. на малых расстояниях и в области сверхвысоких энергий? Оказывается, что ответить на этот вопрос не так легко, так как значимость этих фундаментальных законов признается самоочевидной. По этой причине, специальные опыты для проверки этих законов, по-существу, давно не ставились.

Между тем нужно ясно представлять себе, что возможное нарушение этих законов могло быть следствием нарушения однородности и изотропности пространства-времени в микромире. Поэтому, вряд ли есть основания делать идею об однородности и изотропности пространства-времени предметом веры физиков.

О некоторых свойствах преобразований Каратеодори

Нетрудно найти инварианты преобразований Каратеодори (3) и (4). Одним из них будет теперь новая величина, которую по аналогии с инвариантом специальной теории относительности $s^2 = t^2 - \vec{X}^2$ можно назвать обобщенным релятивистским интервалом $\tilde{s}$:

$$\tilde{s}^2 = \frac{t^2 - \vec{X}^2}{(1 - \langle p, x \rangle)^2} = \text{инвариант.} \quad (6)$$

Здесь p – 4-вектор энергии-импульса, элементарного события в пространстве-времени с координатами $x = (t, \vec{X})$.

Псевдоевклидова (лоренцева) метрика $ds^2 = dt^2 - d\vec{X}^2$ также оказывается неинвариантной. Теперь инвариантом становится построенная из неё новая величина:

$$d\tilde{S}^2 = d\eta \cdot ds^2 = \text{инвариант}, \quad (7)$$

где $d\eta$ – дифференциал кривизны линии. Отсюда следует, например, что лагранжиан свободной релятивистской частицы [11] должен теперь конструироваться теперь на базе «нового» инварианта $d\tilde{S}^2$, а не «старого» инварианта ds^2 . Кроме того, из соотношения (7) следует также, что преобразования Каратеодори могут преобразовывать времениподобные изотропные и пространственноподобные интервалы друг в друга. Тем самым, имеет место равноправность всех движений: досветовых, световых и сверхсветовых. При этом нарушения принципа причинности не происходит.

Преобразования Каратеодори и нелинейность

Еще одним важным свойством преобразований Каратеодори является то обстоятельство, что они являются нелинейными преобразованиями. Более того, именно эти преобразования и определяемые ими сохраняющиеся величины являются первопричиной наблюдаемых в природе разнообразных нелинейных явлений.

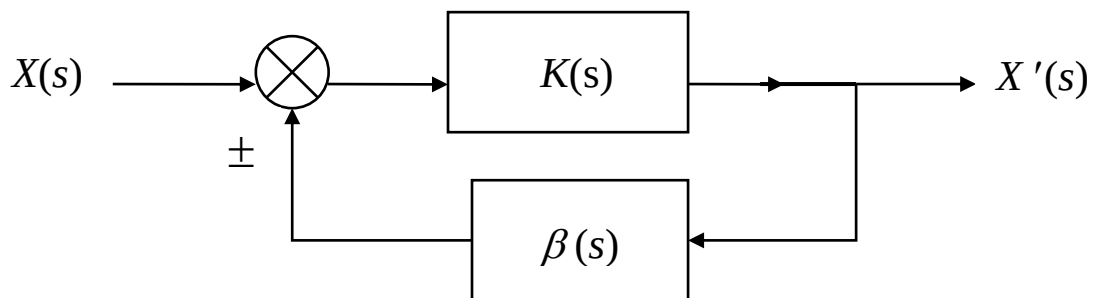


Рис 1. Структурная схема простейшего контура обратной связи

$$\text{с передаточной характеристикой } X'(s) = \frac{K(s)}{1 - \beta(s) \cdot X(s)}.$$

Для этого обратим внимание на полную идентичность между формой уравнений (4) и передаточной характеристикой простейшего контура обратной связи, структурная схема которого представлена на рис. 1 (коэффициент усиления $K(s)$ следует выбрать в этом случае равным единицы, а роль управляющего воздействия β выполняет 4-вектор энергии-импульса σ).

В дальнейшем нам потребуются простейшие сведения и определения из теории систем [12].

Говорят, что физическая система *устойчива*, если любые малые вариации условий, в которых она функционирует (будь то возбуждающее воздействие, или начальное состояние), приводят лишь к малым изменениям в поведении (реакции) системы. Напомним, что Н. Винер [13] назвал «кибернетикой» теорию управления с обратной связью (от греческого: «kibernetike» – искусство управления).

Имеет место два вида обратных связей. Это *отрицательная* (или *вырождающаяся*) обратная связь, при которой сигнал обратной связи уменьшает входное воздействие ($\beta > 0$) и *положительную* (регенеративную) обратную связь ($\beta < 0$ или изменение знака на суммирующем элементе на значение +). Преимущество положительной обратной связи – увеличение коэффициента усиления и (для $|\beta K| > 1$) генерация полезных колебаний. Если же требуется высокая общая надежность системы к искажениям и изменениям несовершенных элементов в ветви K , то применяется отрицательная обратная связь. Наконец, если $|\beta(s)K(s)| \ll 1$, то $X' \approx 1/\beta(s)$.

Возвращаясь теперь к преобразованиям (3) и (4) мы видим, что физическая система, будучи системой нелинейной, может вести себя при взаимодействии либо как система с положительной, либо отрицательной обратной связью. Тип обратной связи определяется значением параметра $\varepsilon = \pm 1$ и направлением действия 4-импульса σ по отношению собственному 4-импульсу p : т.е. от того, система «получает» или «теряет» 4-импульс σ .

Все сказанное позволяют сформулировать следующие утверждения.

- «получая» из внешнего окружения или «теряя» энергию-импульс физическая система (тело) изменяет свои свойства, так, чтобы приспособиться к изменениям состояния своего движения.
- если «получаемый» или «теряемый» системой при взаимодействии с внешними факторами 4-импульс $\sigma \propto p_{pl}$, то $x \propto l_{pl}$.

Подводя итог этому разделу, кратко отметим то, что понадобится в дальнейшем. В нелинейных системах с положительной обратной связью при потере устойчивости возможны различные типы самопроизвольного движения, в том числе самопроизвольные переходы из одного устойчивого состояния к другому. При сохранении устойчивости возможны также резкие (но непрерывные) смены состояний. Поэтому особое внимание следует направлять на обнаружение обратных связей и вызванных ими неустойчивостей в исследуемых системах и объектах.

О физическом и геометрическом смыслах группы импульсных трансляций

Ранее нами было введено векторное поле σ как 4-градиент скалярной функции $f(x)$. Последняя имеет физическую размерность действия, то есть, размерность постоянной Планка (углового момента). Это скалярное поле мы будем называть полем Каратеодори. Частицы и силы взаимодействуют с этим полем и между собой.

Перейдем теперь к обсуждению физического смысла группы импульсных трансляций. Он достаточно очевиден: законы природы (уравнения движения и уравнения состояния) должны иметь один и тот же вид (т.е. должны быть ковариантными) при переходе к новым энергиям и импульсам [12]. Другими словами, «истинные» законы природы должны оставаться неизменными (оставаться инвариантными) при переходе системы из одного состояния движения к другому, отличающемуся от предыдущего значениями энергии и импульса.

Этот принцип можно назвать принципом относительности в импульсном пространстве. Ясно, что этот новый принцип должен рассматриваться в неразрывной связи с принципом относительности СТО.

Обратим теперь внимание, что преобразования (3) и (4) оказываются двойственными преобразованиями преобразованиям

$$x' = \varepsilon(x - \lambda), (\varepsilon = \pm 1), \quad (8)$$

$$p' = \frac{\varepsilon p}{1 - \langle \lambda, p \rangle}, \quad (9)$$

где λ обозначает теперь 4-вектор трансляций в координатном пространстве (пространстве-времени).

Преобразования (8) и (9) действуют соответственно в координатном и импульсном пространствах и также образуют группу. Эту группу мы будем называть обобщенной группой трансляций в координатном пространстве. По своим геометрическим свойствам, группа трансляций в координатном пространстве и группа трансляций в импульсном пространстве являются двойственными с точки зрения принципа двойственности в центрально-аффинном пространстве. Соответственно будут являться двойственными по своим геометрическим свойствам и общая аффинная и центрально-проективная группа преобразований, являющиеся произведениями, соответственно, группы трансляций в координатном пространстве и группы трансляций в импульсном пространстве и центрально-аффинной группы.

Принцип двойственности, имеющий место в проективной геометрии [15], дает основание говорить о двуединой структуре физического пространства: пространство-время, точки которого есть суть элементарные события + энергия-импульс каждого такого события. Поясним это утверждение на примере двумерной проективной плоскости (двумерной расширенной плоскости Минковского).

Проективную плоскость можно рассматривать как совокупность двух множеств состоящих одно из всех точек, другое из всех прямых. Первое из них задается множеством контравариантных 2-векторов x , тогда как второе задается множеством ковариантных 2-векторов p . Для элементов этих множеств установлены отношения «инцидентности точки с прямой», «разделенность двух пар точек», удовлетворяющие известным аксиомам.

При этом прямая не рассматривается как совокупность лежащих на ней точек (и точка не рассматривается как совокупность проходящих через неё прямых). В результате, например, устранение какой либо прямой из множества прямых вовсе не означает устранение её точек из множества точек и наоборот.

Тогда любое проективное преобразование плоскости состоит из двух взаимно однозначных отображений. 1) Множества всех точек на себя. 2) Множества всех прямых на себя. При этом должно выполняться условие: каждое преобразование сохраняет инцидентность, т.е. переводит инцидентные точку и прямую в инцидентные точку и прямую.

Таким образом, важнейший геометрический смысл проективного принципа двойственности состоит в том, что он обеспечивает возможность построения на базе обычного проективного пространства нового, более богатого пространства. Это пространство пар: точка (элементарное событие), описываемая контравариантным 4-вектором пространства-времени + соответствующий (инцидентный) ей ковариантный 4-вектор энергии-импульса. Геометрия такого проективного пространства является метрической геометрией [15]. В частности, имеет место изоморфизм группы гиперболических движений на плоскости и группой проективных преобразований прямой.

Произведение группы импульсных трансляций на группу вращений 4-мерного пространства-времени (группу Лоренца), образует центрально-проективную группу преобразований

$$x' = \frac{\varepsilon A x}{1 - \langle \sigma, x \rangle} \quad (\varepsilon = \pm 1), \quad (10)$$

где A – матрица (4×4) преобразований Лоренца.

Уравнение (9) представляет собой тензорное уравнение, где x и x' – 4-вектор-столбцы, а σ – 4-ковектор-строка. Мы возвращаемся, таким образом, к схеме рис. 1 контура обратной с обратной связью представленного предыдущего раздела. Кроме того, из (10) нетрудно видеть, что мы имеем полупрямое произведением двух групп: группы Лоренца и группы Каратеодори.

При малых величинах получаемых или теряемых системой 4-импульсах ($p \ll |\sigma|$) и на больших расстояниях (расстояниях превышающих комптоновскую длину волны частицы) преобразования (10) переходят в «обычные» преобразования Лоренца. Поэтому, преобразования (10) можно, также назвать и «деформированными преобразованиями Лоренца», однако, будет более правильным и справедливым называть их преобразованиями Лоренца-Каратеодори.

Это дает основание говорить о существовании в природе Принципа полной относительности, частными, но связанными друг с другом проявлениями которого выступают принцип относительности в пространстве событий СТО и принцип относительности в импульсном пространстве.

Как и все виды преобразований в физики следует различить активные и пассивные преобразования Лоренца-Каратеодори. Здесь будут иметь место свои особенности. Однако, на этом, мы останавливаться не будем. Рассмотренные нами новые симметрии пространства-времени имеют многочисленные экспериментальные проявления как микро- так и в макрофизике. В молекулярной физике и термодинамике это хорошо известный принцип Ле-Шателье-Брауна. В классической электродинамике таким примером является правило Ленца для электромагнитной индукции.

О принципе относительности в импульсном пространстве и калибровочной инвариантности в электродинамике

Одним из важных, частных случаев группы преобразований Каратеодори являются хорошо известные калибровочные преобразования в электродинамике [14]. Здесь роль плотности 4-вектора энергии-импульса (на единицу электрического заряда) здесь выполняет 4-вектор-потенциал электромагнитного поля.

Считается, что выбор потенциалов поля в классической электродинамике неоднозначен: компоненты 4-потенциала $A = A(\Phi, \vec{A})$ можно подвергнуть произвольному *калибровочному* (или, как говорят, *градиентному*) преобразованию вида

$$A = A' + \nabla\chi, \quad (10)$$

где χ – произвольная функция координат и времени, а ∇ – обозначает здесь операцию 4-х мерного градиента скалярной функции. Иными словами, уравнения Максвелла инвариантны относительно калибровочных преобразований, определяемой скалярной функцией $\chi = \chi(t, \mathbf{x})$:

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi + \frac{\partial \chi}{\partial t}, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} - \nabla\chi, \quad (10. A)$$

$$\vec{E} \rightarrow \vec{E}' = \vec{E}, \quad \vec{B} \rightarrow \vec{B}' = \vec{B}, \quad (10. B)$$

где векторы напряженностей электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{B}$ полей определяются стандартным образом.

Неопределенность векторных потенциалов (10) считается даже в некоторых учебниках неотъемлемым свойством классической электродинамики. Это, однако, это не так. С позиций развитого выше подхода, преобразования Каратеодори в электродинамике (в простейшем случае отсутствия зарядов) будут выглядеть теперь так:

$$A' = \varepsilon(A - \nabla\chi), \quad (11)$$

$$x' = \frac{\varepsilon x}{1 - e\langle x, \nabla\chi \rangle}. \quad (12)$$

Заметим, что преобразования (11) – (12) позволяют дать строгое классическое объяснение известного эффекта Аронова-Бома [16].

Мы не будем здесь подробно развивать общую теорию преобразований Каратеодори [17] применительно к электродинамике и ограничимся пока лишь следующими краткими соображениями.

Действия для лагранжиана электромагнитного поля при наличии зарядов (или при их отсутствии) должно быть инвариантным еще и относительно группы преобразований Каратеодори. Здесь, аналогично тому, как имеет место в описании динамики частиц, где действие группы преобразований Каратеодори приводит к проявлению у последних свойств инерции, в электродинамических системах будут проявляться свойства инерции электромагнитного поля и его носителей. Таким образом, линейная электродинамика Максвелла самым естественным образом становятся нелинейной электродинамикой.

Теория относительности и квантовая теория

Рассмотрим, наконец, соотношение между новой симметрией и современной квантовой теорией. Заметим, что необходимость расширения понятия *релятивистская инвариантность* возникала и раньше. По-видимому, одним из первых, кто обратил на это серьезное внимание и правильно сформулировал важные физические следствия от введения в рассмотрение симметрий импульсного пространства был М. Борн. Его соображения изложены им в статье «Теория относительности и квантовая теория» [16]. Ниже

мы цитируем основные результаты этой работы, имеющие самое непосредственное отношение к полученным нами результатам.

«Точечные преобразования в x – пространстве является лишь частным случаем; однако имеется другой, столь же простой, как и первый, который может быть описан как точечное преобразование в p – пространстве.

Мне представляется, что преобразования в p – пространстве можно было бы рассмотреть подобным же образом. Такой путь ведет к некоему обобщенному формализму в p – пространстве, в котором везде координаты пространство-время и импульс-энергия поменялись местами.

Эти факты в сильной степени наводят на мысль о формулировке «принципа» взаимности», в соответствии с которым любой обобщенный закон в x – пространстве имеет «инверсный образ» в p – пространстве, – в первую очередь это относится к законам теории относительности.

Я хочу теперь отметить некоторые простые следствия и численные результаты.

Соответствующие свойства p – пространства таковы:

энергетически замкнутая система соответствует замкнутому пространству импульсов с радиусом b , который является максимально возможным импульсом.²

В литературе имеется несколько попыток ввести подобный максимальный импульс с целью исключить нарушающие общую картину «бесконечности» из квантовой механики. Однако эти попытки следует признать негодными, поскольку они противоречат теории относительности. Эта трудность обходится с помощью нового принципа.

Основное следствие представления о замкнутом p – пространстве сводится к изменению выражения для числа квантовых ячеек в данном элементе фазового пространства. Новая формула имеет много приложений.

Следующие величины, которые бесконечны в принятых теориях, становятся теперь конечными: число N квантовых состояний излучения в x – объеме V ; нулевая энергия E в этом объеме; собственная энергия электрона и так далее.

Имеются далее отступления от законов Планка и Стефана-Больцмана; последний, в случае высоких температур, напоминает формулу, определяющую количества тепла (теплосодержание) в кристалле с характерной температурой

$$\Theta_0 = 1,63 \cdot 10^{12} \text{ } ^\circ\text{K}.$$

Эти отклонения связаны с тем фактом, что излучение не равно 1/3 от плотности энергии; уравнения Максвелла перестают удовлетворяться при таких плотностях излучения.

Законы кинетической теории газов также претерпевают изменения, которые для газа с молекулярным весом μ начинаются с характерной температуры

$$\Theta = \frac{137}{1845} \left(\frac{\Theta_0}{\mu} \right) = \frac{1,21 \cdot 10^{11}}{\mu} \text{ } ^\circ\text{K}.$$

Уравнения состояния сохраняются неизменными, но удельная теплоемкость стремится теперь к нулю при $T \rightarrow \infty$.

К интересным результатам ведет приложение нового принципа к вопросу о структуре ядер.

Эти утверждения свидетельствуют о том, что мы имеем дело с чем-то большим, чем простой формализм».

Не имея возможности процитировать здесь эту замечательную работу М. Борна в полном объеме, завершим её следующей цитатой, не потерявшей своей актуальности и сегодня: «Хотя в настоящее время мы и далеки от того, чтобы иметь последовательную теорию, новый принцип (т.е. принцип относительности в p – пространстве³) предоставляет в наше распоряжение заманчивую программу исследований».

О связи симметрий и первых принципов физики

Все фундаментальные законы природы должны формулироваться на координатно-независимом языке. Это предложение называют принципом координатной инвариантности. Принцип координатной

² В связи с этим см. формулу (5) и последующий за ней текст.

³ Курсив добавлен нами.

инвариантности (координатной независимости) законов природы (т.е. от выбора конкретной координатной системы) является одним из наиболее фундаментальных принципов современной науки. Иными словами, Принцип координатной инвариантности является более фундаментальным, чем лоренцева симметрия. Например, могут иметь место законы, такие, как, например, второй закон Ньютона, который сохраняет координатную инвариантность, однако нарушает лоренцеву симметрию.

Вторым фундаментальным принципом современной физики является утверждение, что природа устроена наилучшим образом, другими словами, все фундаментальные уравнения физики получаются из вариационного принципа – утверждения о том, что действие от некоторой величины, называемой лагранжианом системы, для действительных движений имеет экстремум (максимум или минимум).

Преобразования Каратеодори, появившиеся сначала в вариационном исчислении как способ изучения достаточных условий функционалов действия [8], в настоящее время стали важным инструментом исследования физических систем на их устойчивость [17] и приводят к новым нетривиальным результатам.

Вышесказанное можно сформулировать также и на другом языке.

Преобразования Каратеодори производят новые метрики, которые соответствуют введению физических полей. Уравнение геодезических в преобразованном пространстве эквивалентно уравнению движения в исходном пространстве с силовым членом.

Другими словами, поле Каратеодори является своего универсальным полем. Оно определяет силу реакции вакуума на его возмущение при изменении телом (физической системой) его состояния движения.

При всяком изменении состояния движения тела (объекта), возникают силы инерции, действующие на тело со стороны физического вакуума, эти силы противятся изменению состояния его движения. Таким образом, поле Каратеодори можно отождествить с силами инерции различной природы (механическими, электромагнитными и т.д.).

Заключение

Подведем некоторые итоги. Результаты, полученные в предыдущих разделах, дают основания сформулировать следующие утверждения.

1. Уравнения движения должны сохранять свою форму при переходе от одной инерциальной системы к другой и с соответствующим изменением энергий и импульсов. Это и есть принцип относительности Эйнштейна-Пуанкаре + принцип относительности в импульсном пространстве.

2. Группа преобразований Каратеодори определяет характер переходных процессов в системе при переходе её из одного состояния движения в другое, отличающееся от предыдущего значениями энергии и импульса.

3. Преобразования Лоренца-Каратеодори имеют общий характер и должны быть распространены на все разделы современной физической науки. Так, они позволяют давать объяснение многим необъяснимым физическим явлениям и «парадоксам», например, «парадоксам» В.Челомея в механике [19].

4. Все известные релятивистские эффекты, такие как замедление движущихся хода часов, сжатие движущихся тел и другие должны рассматриваться как следствие преобразований Лоренца-Каратеодори, а не в узком смысле, как следствие преобразований Лоренца. Это дает новый стимул к экспериментам по установлению границ справедливости классической СТО.

5. Под группой релятивистской инвариантности следует понимать группу преобразований Лоренца-Каратеодори, а не подгруппу последней – группу Лоренца (однородную группу Пуанкаре).

Поэтому, все фундаментальные уравнения физики в дополнении к инвариантности их относительно группы Лоренца, должны быть инвариантными и относительно группы преобразований Каратеодори.

Иными словами, все фундаментальные уравнения физики, такие как, уравнения Максвелла, Эйнштейна, и т.д., должны быть проверены на инвариантность их относительно преобразований Каратеодори.

Если некоторые из этих уравнений окажутся неинвариантными относительно преобразований Каратеодори, то тогда, следует применить общую процедуру приведения их к инвариантному виду ([17], глава 4).

6. Многие из перечисленных выше предсказаний М. Борна [18] могут быть теперь легко проверены и установлены в качестве экспериментальных фактов.

Эту статью, по-видимому, целесообразно закончить словами, которые принадлежат одному из выдающихся ученых прошлого столетия, академику А.Н. Крылову: «Рано или поздно, всякая правильная математическая идея находила применение в том или ином деле».

В заключение автор выражает искреннюю признательность академикам РАН А.Ф. Андрееву и С.Н. Багаеву за полезные обсуждения затронутых в статье вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нетер Э.* // Инвариантные вариационные задачи – В кн.: Вариационные принципы механики. Пер. с нем. под ред. Л.С. Полака. М.: Физматгиз, 1959. С. 611; *Noether E.* // Invariante variations probleme. «Nachrichten von der Kön. Ges. der Wissenschaften zu Göttingen», Math-Phys. K1., 1918. V. 2, P. 235.
2. *Amelino-Camelia G.* // Phys. Lett., 2001. **V. B 510**. P. 255.
3. *Maguiejo J. and Smolin L.* // Phys. Rev. Lett., 2002. **V. 88**, № 19. P. 190403.
4. *Schutzhold R., Unruh W.G.* // Pis'ma v ZhETF, 2003. **V. 78**, iss. 7. P. 899.
5. *Киржниц Д.А., Чечин В.А.* // Письма в ЖЭТФ, 1971. **Т. 14**. С. 261.
6. *Костелецки А. (Kosteletzky A.)* // В мире науки, 2004. № 12 (специальный выпуск). С. 71.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Теоретическая физика. Том I, Механика, издание 5-е, М.: Физматлит 2001, 224 с.
8. *Caratheodory C.* // Variationsrechnung und Partielle Differentialgleichungen, Ordnung – Leipzig und Berlin: Verlag und Druck von B. G. Teubner, 1935. P. 197.
9. *Вагнер В.В.* // Доклады АН СССР, 1945. Т. **46**, № 7. С. 287.
10. *Жотиков В.Г.* // Труды Международного семинара «Применение и развитие идей Лобачевского в современной физике», Дубна 25 – 27 февраля 2004 г. – Дубна: ОИЯИ, 2004. С. 80;
11. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Теоретическая физика. Том II, Теория поля, издание 7-е, М.: Физматлит 2001. 512 с.
12. *Сиберт У.М.* // Цепи, сигналы, системы: в 2-х частях. Ч. 1: Пер. с англ., М.: Мир, 1988, 336 с.
13. *Винер Н.* // Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. Пер. с англ., М.: Сов. радио, 1958; Новые главы кибернетики. Пер. с англ., М.: Сов. радио, 1963.
14. *Жотиков В.Г.* // Известия РАН. Серия физическая, 2006. Том 70, № 3, с. 376.
15. *Розенфельд Б.А.* // Труды семинара по векторному и тензорному анализу. Вып. **8**, М., Л.: Изд-во технико-теоретической литературы, 1950. С. 328.
16. *Aharonov Y., Bohm D* // Phys. Rev. 1959. **V. 11**. P. 485;
Peskhin A., Tonomura A. // The Aharonov-Bohm Effect. Springer-Verlag. 1989. – 154 p. – (Lecture Notes in Physics. V. 340).
17. *Жотиков В.Г.* // Геометрия вариационного исчисления и её приложение к теоретической физике. Издательство научно-технической литературы, Томск: 2002, 414 с.
18. *Борн М.* // Размышления и воспоминания физика. Сборник статей. «Наука», М.: 1977. С. 122; *Born M.* // Nature, 1938. **V. 141**, p. 327.
19. *Челомей В.Н.* // Доклады АН СССР, 1983, Том 270, № 1. С. 62.